

**TECANA AMERICAN UNIVERSITY
POST-DOCTORADO EN MATEMÁTICAS**



Propuesta de trabajo de grado post-doctoral

**Un modelo del uso de la tecnología para la enseñanza del cálculo diferencial
aplicado a la administración y la economía.**

Caso: Universidad de Puerto Rico Recinto de Rio Piedras

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Edwin Rivera Rivera', followed by two small, simple scribbles.

Por: Dr. Edwin Rivera Rivera

“Por el presente juro y doy fe que soy el único autor del presente anteproyecto y que su contenido es fruto de mi trabajo, experiencia e investigación académica”

San Juan, Puerto Rico, julio 2017

Índice General

	PP
Resumen	4
Summary.....	5
CAPÍTULO I.....	6
Planteamiento del problema.....	7
Preguntas de Investigación.....	12
Justificación	13
Objetivos generales.....	16
Objetivos específicos.....	16
Delimitación Temática, Espacial y Temporal.....	17
Definición de términos.....	17
Matriz de Operacionalización de Variables.....	18
CAPÍTULO II	
Marco Teórico.....	20
Antecedentes.....	20
Revisión de Literatura y Estudios Relacionados.....	20
CAPÍTULO III	
Metodología	48
Población	50
Instrumentos	52
Diseño	53
Procedimiento	54
Análisis de Datos.....	54
Cronograma	55
CAPÍTULO IV	
Introducción.....	56

Hallazgos y Resultados.....	56
Presentación de Tablas.....	56
Gráficas	61

CAPÍTULO V

Preámbulo	64
Modelo Curricular.....	64
Aportes Epistemológico	71
Resultados.....	72
Contestaciones a las preguntas y conclusiones del Estudio	74
Recomendaciones	80
Bibliografía	83

Resumen

En esta investigación sobre: *Un modelo del uso de la tecnología para la enseñanza del Cálculo Diferencial aplicado a la administración y la economía*, el investigador creará un modelo con el uso de la tecnología en la enseñanza de dicha materia para lograr entender los procesos del nuevo lenguaje matemático. Se presentará el lenguaje más aplicado a dicha materia como lo es: el límite, la derivada, los máximos y mínimos, la diferenciación y sus variadas técnicas. En este lenguaje se aplicarán nuevas técnicas de enseñanza, las cuales ayudarán a profesores y a estudiantes a enfrentarse con un mayor entendimiento de la misma. Se utilizarán las aplicaciones a la economía y a la administración de empresas con el uso de la tecnología.

Se creará un nuevo Modelo con el uso de la tecnología en la enseñanza del Cálculo con el marco teórico basado en la teoría de Ausubel y la enseñanza y pedagogía con sentido para impartir el nuevo lenguaje del cálculo diferencial. En la revisión de literatura se estudiarán las investigaciones hechas en la enseñanza del cálculo diferencial a nivel mundial y se utilizarán como fuente referencial aquellas que hayan tenido éxito.

Se utilizaron como teóricos principales en este Estudio a Dewey y Ausubel por su contenido y desarrollo en el constructivismo de igual manera, también a Piaget en su desarrollo y niveles de pensamiento para observar en qué nivel se encuentra un estudiante en cierta edad universitaria. El Estudio concluyó que: La tecnología es una herramienta fundamental en la enseñanza del cálculo diferencial para que exista un aprendizaje efectivo en los estudiantes. De igual modo se pudo probar la efectividad que tiene la organización de un Modelo Curricular que permita que cada profesor pueda utilizar una unidad temática con cada fuente tecnológica que le ayude tanto a él a desarrollar su clase como al estudiante a entenderla.

Palabras Claves: Cálculo, Tecnología, Enseñanza, Modelo, Administración, Economía

Summary

In this research on: A model of the use of technology for the teaching of Differential Calculus applied to administration and economics, the researcher will create a model with the use of technology in teaching the subject to understand the processes of the new Mathematical Language. It will present the language most applied to this subject as it is: the limit, the derivative, the maximum and minimum, the differentiation and its various techniques. In this language will apply new teaching techniques, which will help teachers and students to deal with a greater understanding of it. Applications will be used to the economy and business administration with the use of technology.

A new Model will be created with the use of technology in the teaching of Calculus with the theoretical framework based on the theory of Ausubel and teaching and pedagogy with meaning to impart the new language of differential calculus. The literature review will study the research done in the teaching of differential calculus worldwide and will use as a reference source those that have been successful.

We used as main theoreticians in this study Dewey and Ausubel for its content and development in constructivism in the same way, also to Piaget in his development and levels of thought to observe at what level is a student at a certain university age. The study concluded that: Technology is a fundamental tool in teaching differential calculus for effective learning in students. Likewise, it was possible to prove the effectiveness of the organization of a Curricular Model that allows each teacher to use a thematic unit with each technological source that will help both him to develop his class and the student to understand it.

Keywords: Calculus, Technology, Teaching, Model, Administration, Economics

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA: Un modelo del uso de la tecnología para la enseñanza del Cálculo Diferencial aplicado a la administración y la economía.

Caso: Universidad de Puerto Rico Recinto de Rio Piedras.

Introducción:

Los últimos años han sido extraordinariamente fecundos en avances tecnológicos aplicables a la educación para poder ofrecer lo mejor y lo más importante en experiencias para los alumnos y hacer esto extensivo a un número cada vez mayor. Está absolutamente comprobado que el uso de los «multimedia» mejora el aprendizaje de los alumnos y al mismo tiempo reduce el tiempo de instrucción y los costos de la enseñanza.

Los alumnos necesitan para su futuro profesional de la utilización de los medios tecnológicos, ya que varían enormemente en su habilidad de percepción y aprendizaje; por lo tanto, en los requerimientos didácticos individuales. Algunos aprenden fácil y rápidamente a través de informaciones orales o impresas y con un mínimo de experiencias más directas. La mayoría requiere experiencias más concretas que incluyan los medios audiovisuales.

Hay muchos factores culturales que afectan el aprendizaje; por tanto, los alumnos necesitan de una amplia gama de experiencias que incluya aspectos reales, representaciones visuales y símbolos abstractos. Las nuevas necesidades y expectativas laborales que el alumno tiene aconsejan una mayor participación del mismo en el aprendizaje mediante los métodos activos de investigación y experimentación.

Los programas educativos necesitan ser apreciados en términos de eficacia y flexibilidad de aplicación en cuanto a tiempo, personal y recursos de que se disponga. La demanda de empleo exige una preparación que obliga al conocimiento de todo aquello que tiene que ver con la sociedad de la información, las nuevas tecnologías, la multiplicidad y variación profesional, la interacción de recursos, y, en fin, de todo aquello que facilita la inserción laboral y profesional.

Los profesores, utilizando las nuevas tecnologías, pueden liberarse para realizar trabajos de orientación. Los nuevos patrones didácticos en los que se tiene en cuenta las nuevas tecnologías y los medios de comunicación para mejorar el aprendizaje suponen nuevas funciones de los profesores. No es el profesor el que debe proporcionar toda la información, ya que esta se puede presentarse más eficazmente por los medios apropiados, ya sea para proporcionarla a grandes grupos o para que cada alumno la amplíe por sí mismo en forma individual o para ser usada en un pequeño grupo de discusión. Los profesores ya como individuos, ya como equipos se encuentran liberados de trabajos rutinarios y pueden hacer el trabajo verdaderamente profesional y creativo, la orientación de los alumnos que hasta ahora se había descuidado. Este trabajo de orientación y guía supone: amplia participación en la planificación y producción de materiales audiovisuales para adecuarlos a las necesidades de los grupos o de los individuos a que van destinados.

El uso de la tecnología para mejorar la comunicación obliga a cambiar los métodos rutinarios por otros más ágiles para alcanzar las metas educativas. La gran resistencia del personal docente a estos cambios se debe a que, el romper con la rutina perturba una situación habitual. También, inexactamente se cree que los nuevos medios deshumanizan la enseñanza, desplazan a los profesores y que la educación en consecuencia se hará automática sin la calidad humana que le da la comunicación entre profesor y alumno.

En la actualidad, con el aumento de las disciplinas de estudio, del contenido de las mismas, la especialización y el aumento de la demanda profesional, lo que realmente sucede y de lo que generalmente se olvidan los educadores, es de que la verdadera humanización y el sello personal sólo pueden conseguirse con el uso adecuado de los recursos tecnológicos, que liberan al profesor del trabajo rutinario y de la mera transmisión de información, para permitirle realizar el trabajo de orientador y guía en la formación de sus alumnos.

1. Planteamiento del Problema

La enseñanza del cálculo diferencial ha sido una de las materias que siempre les ha causado un cierto grado de dificultad al estudiantado. Más aun cuando esta materia es una

de las principales para aquellos estudiantes que están encaminados al área de las ciencias, ingeniería, negocios, administración y la economía. En muchas ocasiones el no estar preparados en esta materia es la causa de los fracasos posteriores en otras materias. Señala Catsigeras Curione y Miguez (2006) que una de las razones de la dificultad para el aprendizaje de algunos conceptos del Cálculo se encuentra en la característica abstracta intrínseca de dichos temas que, aunque básicos en la Matemática, involucran conceptos elaborados que en apariencia quedan desconectados de las vivencias cotidianas. La formalización de los conceptos del cálculo infinitesimal, diferencial e integral llevó centenas de años a la humanidad, y fue desde el punto de vista de la epistemología genética piagetiana, producto de estadios sucesivos de construcción del conocimiento, que implicaron reorganizaciones a otro nivel de las adquisiciones precedentes. Por tal razón cada estudiante que comienza a estudiar el cálculo diferencial se encuentra con una serie de conceptos muy abstractos que no puede aplicarlos a su área de especialidad, pues no logra entender ni analizar lo que realmente estos conceptos implican y como se aplican a su profesión. Plantean Arlego y Costa (2011) que numerosos trabajos de investigación abordan estas problemáticas mencionadas proponiendo diversas estrategias didácticas, con diversos objetivos, algunos de ellos, el de propiciar aprendizajes significativos (Ausubel et al, 1990). Se entiende por estrategias didácticas, a las estrategias de enseñanza que concretan una serie de actividades de aprendizaje dirigidas a los estudiantes y adaptadas a sus características, a los recursos disponibles y a los contenidos objeto de estudio, con el objetivo de favorecer la comprensión de los conceptos, su clasificación y relación, la reflexión, el ejercicio de formas de razonamiento y la transferencia de conocimientos. Varias investigaciones dan cuenta de la problemática de la enseñanza y aprendizaje del cálculo en la universidad. Señalan que estas dificultades son de diferente naturaleza.

La mayoría de los profesores no entiende o no acepta el valor didáctico de los recursos audiovisuales. Muchos creen que, si no están frente a la clase, hablando, exhibiendo o actuando; el aprendizaje no se realiza. Otros son refractarios al uso de la imagen, ya que en una u otra forma la consideran una «degradación» de la dignidad académica, dignidad que en su punto de vista sólo puede mantenerse por la comunicación oral y la lectura. Esta actitud es comprensible ya que «uno enseña cómo fue enseñado» y

los profesores, salvo contadas excepciones, han recibido una educación basada en el verbalismo durante toda su vida y especialmente en su preparación profesional o universitaria.

El uso de auxiliares visuales tuvo sus dificultades en el pasado. Tanto el material como el equipo debían ser solicitados con mucha anticipación. Las máquinas eran difíciles de transportar y de operar; era necesario oscurecer totalmente las aulas etc. Por estas y semejantes razones no valía la pena usar frecuentemente películas o diapositivas.

El contenido de los materiales comerciales frecuentemente dejaba mucho que desear con relación a las necesidades concretas de los profesores en un determinado momento o circunstancia. La típica película educativa estaba demasiado recargada de conceptos. Los alumnos no podían retener tal cantidad de material ni en los casos en que estaba relacionado con la situación inmediata. Posiblemente sólo una pequeña parte de la película contenía el tópico que se estaba estudiando, pero resultaba muy difícil preparar con anticipación la parte que debía ser usada; y tampoco a esta parte se la presentaba como el profesor hubiera deseado.

Finalmente, la publicidad engañosa o demasiado entusiasta y prematura de los materiales audiovisuales hecha por vendedores y algunos profesores, unida a la filosofía consumista de nuestra sociedad, sin haber realizado una cuidadosa evaluación y experimentación, ha producido efectos adversos para la aceptación y uso posterior de estos recursos.

Para muchos profesores, desafortunadamente, los materiales audiovisuales han sido auxiliares, accesorios, para ser usados si sobra tiempo y siempre después de haber dado la clase verbalista y haber estudiado los libros de texto.

En muchas ocasiones, haciendo verdad el refrán español de que lo mejor es enemigo de lo bueno, por utilizar lo mejor, olvidamos lo bueno, es decir, por querer el último grito tecnológico no usamos didácticamente multitud de posibilidades que creativamente usadas pueden ser fuente idónea de aprendizaje.

Cuando un profesor usa la estrategia pedagógica de la resolución de problemas verbales para que el estudiante pueda ver la aplicación del cálculo a métodos de la administración y la economía al estudiante se le hace muy difícil poder aplicarlos pues no ha entendido el proceso de significado que tiene cada una de las áreas importantes en el cálculo diferencial. Ejemplo de ellos es entender el concepto del límite ($\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$), la derivada ($\frac{dy}{dx}$), los máximos y mínimos ($\min_{x \rightarrow \infty} F(x)$) ($\max_{x \rightarrow \infty} F(x)$) y la integración o anti derivación ($\int_{-\infty}^{\infty} F(x)dx$). Cada uno de estos conceptos es un nuevo lenguaje para el alumno lo cual implica que su capacidad cognitiva se tiene que elevar a un nivel mucho más abstracto que el acostumbrado en niveles más bajos en las matemáticas. Una vez entendido el nuevo lenguaje se tiene que crear un dominio de la algoritmización o la parte computacional para luego poder aplicarlo a los problemas planteado. De igual manera, la era tecnológica ha ido creciendo a pasos agigantados lo cual implica que no es solamente poder computar con los algoritmos también la aplicación con la tecnología es una de las ramas que el aprendiz se irá enfrentando en toda su carrera profesional. Concuerdá Moreno (2002) que la tecnología estará arrojando los altos niveles de la enseñanza y más aún el mercado financiero y económico y que los estudiantes no están haciendo uso de los medios tecnológicos con los cuales se enfrentaran más adelante en el mundo corporativo. Asimismo, David Tall et. al (2001) comentan que, de todas las áreas de Matemáticas, el área de Cálculo es la que ha recibido el mayor interés e inversión en el uso de la tecnología. El uso de nuevas tecnologías demuestra la posibilidad de fundamentar los conceptos de derivada e integral o facilitarlos. Lo anterior a través de varios “ambientes” tales como el numérico, el gráfico y el simbólico, hasta llegar de manera progresiva a la conceptualización de una definición abstracta, pasando por actividades que permitan la exploración y prueba de conjeturas con el uso de estos conceptos. Por tal razón cobra una gran importancia el uso de tecnologías para la prueba de los grandes teoremas en el cálculo diferencial y de esta manera una vez el estudiante vaya profundizando en el entendido matemático es que podrá aplicarlo a los problemas que conllevan un razonamiento y análisis profundo. Recalca Concepción (2008) que el uso de la tecnología en la enseñanza del cálculo diferencial es lo que hará la diferencia entre aquel estudiante que solo podrá resolver problemas de algoritmos y aquel que con su aplicación este en una gran competencia en

el mundo profesional. Muy a menudo los alumnos con dificultades son incapaces de relacionar con claridad lo que son capaces de hacer con las calificaciones que obtienen. Sus resultados les parecen consecuencia de otras variables, que se escapan a su control, como la mala suerte, lo “inútil” del ejercicio, su horóscopo o, incluso, el sadismo del maestro. Atribuyen sus errores a causas de carácter externo y se sienten víctimas de lo que sucede. Sin embargo, cualquier docente de matemáticas no puede separarse de la idea de abordar las dificultades de aprendizaje en el aula, pues es una característica permanente y necesaria para el desarrollo de su labor y por consecuencia para el aprendizaje de sus estudiantes quienes deben adaptarse a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana como bien lo describe Brousseau (1986). Es por eso por lo que ha sido necesario indagar acerca de la identificación, caracterización y causas de los errores, dificultades u obstáculos de aprendizaje de las matemáticas. Aunque en un principio, los errores o dificultades de aprendizaje fueron vistos como inaceptables e indeseables durante el proceso de enseñanza de las matemáticas; las investigaciones y años de experiencia en las aulas han llevado a comprender a los maestros que aquello que trataron de censurar y erradicar de sus clases podría ser usado a su favor y consecuentemente a favor de sus estudiantes, pues ya no se reconocían como falta de conocimiento o incapacidad sino por el contrario como oportunidades de mejora facilitando el aprendizaje de las nociones científicas (Astolfi, 1998). Sin embargo, identificar y caracterizar las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas sólo desde la percepción del docente no ha sido suficiente, pues es comparable a un médico querer curar a un paciente de una enfermedad que se diagnostica solo observando las actitudes del mismo, sin siquiera preguntarle sus síntomas o dolencias. De esta forma, se observa como en actualidad con tantas herramientas a la mano y tantas posibilidades para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aún hay presencia permanente de errores, dificultades y/u obstáculos padecidos por los estudiantes a diario al enfrentarse a nuevos conocimientos matemáticos; lo cual sigue incidiendo en la desmotivación hacia las ciencias y todo lo que en ellas interfiera. Pareciera entonces que todo esto se debe a que remotamente los estudiantes se dan cuenta del papel que juegan en su propio aprendizaje y del manejo que pudieran darle a esas circunstancias desfavorecedoras, puesto que en muchas ocasiones

éstas solo son evaluadas y percibidas con claridad por los docentes que desde su posición direccionan estrategias para la superación de las mismas dejando totalmente de lado al estudiante y la relevancia que tiene su presencia consiente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de cualquier disciplina.

Por lo antes expuesto se presenta el siguiente problema de investigación: ***Un modelo del uso de la tecnología para la enseñanza del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía.***

1.1 Preguntas de la Investigación

Para el desarrollo de esta investigación se utilizarán como guías las siguientes preguntas de investigación:

Pregunta Principal

- 1) ¿La efectividad del uso de la tecnología en la enseñanza del Cálculo Diferencial aplicado a la economía y la administración en el proceso de aprendizaje del estudiante?

Preguntas Secundarias

- 1) ¿Cómo el uso de los métodos tecnológicos como el geo álgebra, el symbolab la calculadora gráfica, la computadora y otros ayudan al estudiante a entender los conceptos abstractos del cálculo diferencial?
- 2) ¿Qué impacto tendrá la tecnología en la enseñanza del cálculo diferencial como fuente pedagógica que lo lleve a un dominio del análisis y el razonamiento mayor que el método tradicional?
- 3) ¿Qué efectividad tendrá el desarrollo de una nueva metodología pedagógica para ayudar a maestros y a estudiantes a entender los conceptos abstractos del cálculo y poder llevarlos a un proceso de mayor análisis concreto?

1.2 Justificación de la investigación

La investigación sobre el uso de la tecnología para la enseñanza del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía. Creará un modelo el cual mejorará la enseñanza de esta materia para que el estudiante domine las áreas computacionales y analíticas de todo el nuevo lenguaje que envuelve el cálculo diferencial y que lo pueda aplicar a las ciencias de la administración y la economía.

En este país el modelo de enseñanza de la tecnología o de educación tecnológica como también suele llamarse, reemplazó el modelo tradicional de formación centrado en artes industriales tradicionales y en los cursos vocacionales exploratorios, para lo cual distribuyó manuales (el método de enseñanza más utilizado) y estableció una relación estrecha entre la teoría y la práctica. Todas las instituciones de educación superior desarrollaron seminarios con sesiones de trabajo práctico, de laboratorio y de trabajo instituciones, fábricas y granjas están unidas a la educación superior y el estudiante desarrolla un proyecto práctico o productivo asociado a su formación. La esencia de la educación tecnológica está dirigida a la formación de ingenieros, científicos e investigadores, producto de la inversión en instituciones públicas tecnológicas, universidades y laboratorios nacionales.

Estas materias son las de gran dominio a nivel mundial pues todos los países del mundo envuelven a niveles gubernamentales procesos administrativos y económicos. Entre los que se encuentran intercambios económicos con otros países. Un modelo administrativo que garantice buenos y mejores gobiernos. Se debe pensar entonces que gran parte de los estudiantes estarán trabajando en el proceso administrativo y económico y a esa en el sector público o privado. Se les darán grandes responsabilidades que envuelven el desarrollo de una gran creatividad y una capacidad analítica mayor a aquellos que no se relacionan o que dependen de estas áreas. Por ejemplo, se puede decir que gran parte de las otras ramas dependen de que los países estén bien administrados y

que sus economías se mantengan sólidas y estables en el mercado competitivo. Señala Rojas (2012) que los países que están pasando por crisis económicas deben desarrollar métodos educativos que promuevan en sus futuros ciudadanos profesionales un mejoramiento en el pensamiento analítico y de razonamiento que lleve a que sean estos los que los saquen de sus crisis. Concuerdan Salinas y Alanís (2009) que el promover una mejor educación en la enseñanza del cálculo ayudará a que los países formen ciudadanos con niveles de pensamiento analítico y con un profundo grado de razonamiento. El cual le ayudaría en gran medida en su desempeño futuro en las áreas del mercado, administración y procesos de economía industrial.

Este modelo también ayudará al maestro que enseña calculo a tener mayores herramientas en este caso tecnológicas para poder llevar a sus estudiantes una mejor comprensión de los temas abstractos que posee dicha materia. De este modo Morales y Pena (2009) crearon un modelo con el uso de métodos tecnológicos para mejorar en gran medida la enseñanza del cálculo en sus estudiantes. Este concepto de modelización creaba unas representaciones matemáticas y a la misma vez daban un gran sentido de comprensión a los procesos abstractos de la materia. De esta manera los profesores podrán hacer representaciones del lenguaje abstracto y llevarlo a un lenguaje concreto que el estudiante pueda entender y aplicar con gran facilidad en sus tareas profesionales.

Hace ya unos cuantos años que en muchos países se realizan intentos de lograr que en las escuelas se difundan conocimientos sobre tecnología. Estos esfuerzos se ponen de manifiesto en los planes de estudio de todos los niveles de la educación, desde el inicial (jardín de infantes) hasta el universitario, al margen de los conocimientos profesionales que imparten las escuelas técnicas y las facultades de ingeniería. Como es obvio, en cada uno de estos niveles los esfuerzos tienen características muy diferentes, pero siempre con el objetivo de lograr una comprensión conceptual, actitudinal y procedimental de la artificialidad en general, y de los aspectos históricos y contemporáneos de la tecnología, procurando una articulación entre las habilidades técnicas del sujeto, su conocimiento del mundo artificial en el que debe moverse, sus capacidades cognitivo-afectivas, sus valores y su actitud ante la naturaleza¹.

La finalidad de esos estudios es la de que los ciudadanos puedan desempeñarse mejor en una sociedad altamente tecnificada, a la vez que entiendan sus limitaciones y sus peligros. Esto incluye la capacitación para poder participar en la toma de decisiones en lo que respecta a los temas tecnológicos polémicos con un conocimiento de causa suficiente, lo que no siempre es fácil, dada la complejidad de los factores que inciden sobre tales decisiones.

Llama la atención el hecho de que la necesidad de que todos los ciudadanos tengan algunos conocimientos generales acerca de las tecnologías más significativas aún no haya obtenido una aceptación unánime, como lo pone de manifiesto un reciente trabajo publicado en este mismo medio (Gordillo y González Galbarte, 2002), que aboga calurosamente por la educación tecnológica (ET) y propone el enfoque CTS para vehicular su aceptación.

Esto evidencia una primera dificultad para lograr el objetivo, que proviene de las diversas acepciones en las que el término ET ha sido empleado. El más general parece ser, sencillamente, la introducción de los conocimientos de y sobre la tecnología, tal como los distingue Gilbert (Gilbert, 1992). Pero la diversidad de enfoques sobre la ET es bastante notable (Acevedo, sf). Más adelante describiremos en detalle el sentido en el que proponemos usar ese término, y mostraremos que la corriente que representa es diferente a la que se suele designar con la sigla CTS en algunos aspectos esenciales, pero en la que puede hallarse una complementación entre ambas maneras de abordar, a nivel del sistema educativo, el necesario acercamiento entre la sociedad y la tecnología de la cual es cada vez más dependiente, pero a la que aún se resiste a conocer en toda su complejidad. Dicha complementación puede basarse en el hecho de que la ET –en la versión que proponemos en éste y en otros trabajos– se adapta singularmente a la introducción de la tecnología en toda su amplitud conceptual desde los primeros años de la escuela básica, aunque no se limita a ellos (Rodríguez de Fraga, 1999).

Dicha investigación hará un gran aporte al proceso educativo en la enseñanza del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía, para que tanto el estudiante como el maestro tengan la alternativa de entender y comprender el lenguaje

abstracto al llevarlo a uno concreto que puedan aplicar al mundo contemporáneo. De igual modo, ayudará a la ciencia pedagógica aplicada a crear modelos partiendo de los no entendidos de los estudiantes en los cuales sus profesores estén más conscientes día a día de las necesidades de llegar a un nivel de pensamiento más analítico y de razonamiento mayor que el de otras materias. Por tal razón se justifica la realización de dicha investigación.

1.3 Objetivo general

La investigación pretende crear un nuevo modelo pedagógico con uso de la tecnología para la enseñanza del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía.

1.4 Objetivos específicos

- 1) Crear un nuevo modelo de enseñanza en el lenguaje del cálculo diferencial utilizando todas las herramientas modernas en cuanto a la tecnología aplicadas estas a las matemáticas, en especial a la enseñanza del cálculo.
- 2) Aplicar la tecnología a la nueva pedagogía del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía.
- 3) Desarrollar una nueva metodología pedagógica la cual ayudará a maestros y a estudiantes a entender los conceptos abstractos del cálculo y poder llevarlos a un proceso concreto.

DELIMITACIÓN TEMÁTICA, ESPACIAL Y TEMPORAL

Delimitación Temática: Crear un modelo con el uso de la tecnología en la enseñanza del Cálculo Diferencial aplicado a la economía y la administración.

Delimitación Espacial: Se desarrollará y aplicará en los cursos de Métodos Cuantitativos del Cálculo Diferencial aplicado a la administración de Empresas y a la economía.

Delimitación Temporal: Se implantará el plan de estudio en un periodo de seis meses en el cual se recopilarán los datos y se desarrollará el Modelo. El Modelo se implantó en los meses de enero a mayo del año 2017 a un grupo de métodos cuantitativos (Cálculo Diferencial) en la Universidad de Puerto Rico Recinto de Rio Piedras.

1.6 Definición de Términos

Para una mayor comprensión del estudio se definirán los términos usados en el contexto de la investigación. Los términos son los siguientes:

- Tecnología – para efectos de la investigación tecnología será todos los instrumentos utilizados fuera del contexto del maestro. Envuelve computadoras, calculadoras, programas computadorizados, power point entre otros.

- Calculo Diferencial- para efectos del estudio se entiende por calculo diferencial aquella rama de la matemática del análisis que contiene los temas de límites, derivadas y anti derivadas en una variable.

- Administración – para efectos del estudio es aquella rama de la gerencia que organiza y desarrolla los planeamientos de cualquier institución.

-Economía- para efectos del estudio es la rama de las ciencias sociales que estudia todos los niveles presupuestarios de los países y del Mundo.

1.6 Matriz de Operacionalización de Variable de la Investigación

Objetivo General: *Se desarrollará un nuevo modelo pedagógico en la enseñanza del cálculo diferencial, la cual ayudará a maestros y a estudiantes a entender los conceptos abstractos del cálculo y poder llevarlos a un proceso concreto con el uso de la tecnología.*

Objetivos	Aspectos	Dimensiones	Elementos
Crear un nuevo modelo de enseñanza en el lenguaje del cálculo diferencial	Modelo curricular y tecnológico en la enseñanza del cálculo diferencial	Teoría del currículo Metodologías pedagógicas	Teorías constructivistas, humanistas y cognoscitivas. principio de la nueva era tecnológica en la enseñanza del cálculo diferencial.
Aplicar la tecnología a la nueva pedagogía del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía.	Modelo tecnológico	Teoría de modelos tecnológicos y curriculares	Componentes Generales, Pedagógicos, Especializados y eje Didáctico en elementos tecnológicos.
Desarrollar una nueva metodología pedagógica la cual ayudará a maestros y a estudiantes a entender los conceptos abstractos del	Modelo curricular	Aspectos de teorías curriculares	Competencias Cursos Actividades de Extensión insertadas en el currículo por etapas.

cálculo y poder llevarlos a un proceso concreto.			
--	--	--	--

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO REVISIÓN DE LITERATURA ESTUDIOS RELACIONADOS ANTECEDENTES

2.1 Generalidades

En este capítulo se presentará el marco teórico y una serie de estudios relacionados y la literatura actualizada sobre la enseñanza del Cálculo Diferencial y su relación con las diferentes aplicaciones. En la misma se expondrá el problema, la investigación y los resultados o hallazgos junto con las conclusiones de cada uno de los estudios.

2.2 Marco Teórico

Las teorías pedagógicas que conducirán este estudio serán las de David Ausubel y de John Dewey. Las mismas serán explicadas a continuación para un mejor entendimiento del lector y comprensión en la investigación que se llevará a cabo.

Teoría de David Ausubel (*Aprendizaje Significativo*).

Durante mucho tiempo se consideró que el aprendizaje era sinónimo de cambio de conducta, esto, porque dominó una perspectiva conductista de la labor educativa; sin embargo, se puede afirmar con certeza que el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, conduce a un cambio en el significado de la experiencia.

La experiencia humana no solo implica pensamiento, sino también afectividad y únicamente cuando se consideran en conjunto se capacita al individuo para enriquecer el significado de su experiencia.

Para entender la labor educativa, es necesario tener en consideración otros tres elementos del proceso educativo: los profesores y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y el entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo.

Lo anterior se desarrolla dentro de un marco psicoeducativo, puesto que la psicología educativa trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el salón de clases y los factores que lo influyen, estos fundamentos psicológicos proporcionan los principios para que los profesores descubran por sí mismos los métodos de enseñanza más eficaces, puesto que intentar descubrir métodos por

"Ensayo y error" es un procedimiento ciego y, por tanto innecesariamente difícil y antieconómico (AUSUBEL: 1983).

En este sentido una "teoría del aprendizaje" ofrece una explicación sistemática, coherente y unitaria del ¿cómo se aprende?, ¿Cuáles son los límites del aprendizaje?, ¿Por qué se olvida lo aprendido?, y complementando a las teorías del aprendizaje encontramos a los "principios del aprendizaje", ya que se ocupan de estudiar a los factores que contribuyen a que ocurra el aprendizaje, en los que se fundamentará la labor educativa; en este sentido, si el docente desempeña su labor fundamentándola en principios de aprendizaje bien establecidos, podrá racionalmente elegir nuevas técnicas de enseñanza y mejorar la efectividad de su labor.

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, ofrece en este sentido el marco apropiado para el desarrollo de la labor educativa, así como para el diseño de técnicas educacionales coherentes con tales principios, constituyéndose en un marco teórico que favorecerá dicho proceso.

Teoría Del Aprendizaje Significativo

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja, así como de su grado de estabilidad. Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas meta cognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con "mentes en blanco" o que el aprendizaje de los alumnos comience de "cero", pues no es así, sino que, los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

Ausubel resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más

importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".

Aprendizaje Significativo y Aprendizaje Mecánico

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 1983). Esto quiere decir que, en el proceso educativo, es importante considerar lo que el individuo ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el educando tiene en su estructura cognitiva conceptos, estos son: ideas, proposiciones, estables y definidos, con los cuales la nueva información puede interactuar.

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante("subsunsor") pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras.

A manera de ejemplo en física, si los conceptos de sistema, trabajo, presión, temperatura y conservación de energía ya existen en la estructura cognitiva del alumno, estos servirán de subsunsores para nuevos conocimientos referidos a termodinámica, tales como máquinas térmicas, ya sea turbinas de vapor, reactores de fusión o simplemente la teoría básica de los refrigeradores; el proceso de interacción de la nueva información con la ya existente, produce una nueva modificación de los conceptos subsunsores (trabajo, conservación de energía, etc.), esto implica que los subsunsores pueden ser conceptos amplios, claros, estables o inestables. Todo ello depende de la manera y la frecuencia con que son expuestos a interacción con nuevas informaciones.

En el ejemplo dado, la idea de conservación de energía y trabajo mecánico servirá de "anclaje" para nuevas informaciones referidas a máquinas térmicas, pero en la medida de

que esos nuevos conceptos sean aprendidos significativamente, crecerán y se modificarían los subsunsores iniciales; es decir los conceptos de conservación de la energía y trabajo mecánico, evolucionarían para servir de subsunsores para conceptos como la segunda ley termodinámica y entropía.

La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los subsunsores pre existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva.

El aprendizaje mecánico, contrariamente al aprendizaje significativo, se produce cuando no existen subsunsores adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre- existentes, un ejemplo de ello sería el simple aprendizaje de fórmulas en física, esta nueva información es incorporada a la estructura cognitiva de manera literal y arbitraria puesto que consta de puras asociaciones arbitrarias, [cuando], "el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo" (independientemente de la cantidad de significado potencial que la tarea tenga)... (Ausubel; 1983: 37).

Obviamente, el aprendizaje mecánico no se da en un "vacío cognitivo" puesto que debe existir algún tipo de asociación, pero no en el sentido de una interacción como en el aprendizaje significativo. El aprendizaje mecánico puede ser necesario en algunos casos, por ejemplo, en la fase inicial de un nuevo cuerpo de conocimientos, cuando no existen conceptos relevantes con los cuales pueda interactuar, en todo caso el aprendizaje significativo debe ser preferido, pues, este facilita la adquisición de significados, la retención y la transferencia de lo aprendido.

Finalmente Ausubel no establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico como una dicotomía, sino como un "continuum", es más, ambos tipos de aprendizaje pueden ocurrir concomitantemente en la misma tarea de aprendizaje (Ausubel; 1983); por ejemplo la simple memorización de fórmulas se ubicaría en uno de los extremos de ese continuo(aprendizaje mecánico) y el aprendizaje de relaciones entre

conceptos podría ubicarse en el otro extremo (Ap. Significativo) cabe resaltar que existen tipos de aprendizaje intermedios que comparten algunas propiedades de los aprendizajes antes mencionados, por ejemplo Aprendizaje de representaciones o el aprendizaje de los nombres de los objetos .

Aprendizaje por descubrimiento y aprendizaje por recepción.

En la vida diaria se producen muchas actividades y aprendizajes, por ejemplo, en el juego de " tirar la cuerda " ¿No hay algo que tira del extremo derecho de la cuerda con la misma fuerza que yo tiro del lado izquierdo? ¿Acaso no sería igual el tirón si la cuerda estuviera atada a un árbol que si mi amigo tirara de ella?, Para ganar el juego ¿no es mejor empujar con más fuerza sobre el suelo que tirar con más fuerza de la cuerda? Y ¿Acaso no se requiere energía para ejercer está fuerza e impartir movimiento? Estas ideas conforman el fundamento en física de la mecánica, pero ¿Cómo deberían ser aprendidos?, ¿Se debería comunicar estos fundamentos en su forma final o debería esperarse que los alumnos los descubran?, Antes de buscar una respuesta a estas cuestiones, evaluemos la naturaleza de estos aprendizajes.

En el aprendizaje por recepción, el contenido o motivo de aprendizaje se presenta al alumno en su forma final, sólo se le exige que internalice o incorpore el material (leyes, un poema, un teorema de geometría, etc.) que se le presenta de tal modo que pueda recuperarlo o reproducirlo en un momento posterior.

En el caso anterior la tarea de aprendizaje no es potencialmente significativa ni tampoco convertida en tal durante el proceso de internalización, por otra parte, el aprendizaje por recepción puede ser significativo si la tarea o material potencialmente significativos son comprendidos e interactúan con los "subsunoers" existentes en la estructura cognitiva previa del educando.

En el aprendizaje por descubrimiento, lo que va a ser aprendido no se da en su forma final, sino que debe ser reconstruido por el alumno antes de ser aprendido e incorporado significativamente en la estructura cognitiva.

El aprendizaje por descubrimiento involucra que el alumno debe reordenar la información, integrarla con la estructura cognitiva y reorganizar o transformar la combinación integrada de manera que se produzca el aprendizaje deseado. Si la condición para que un aprendizaje sea potencialmente significativo es que la nueva

información interactúe con la estructura cognitiva previa y que exista una disposición para ello del que aprende, esto implica que el aprendizaje por descubrimiento no necesariamente es significativo y que el aprendizaje por recepción sea obligatoriamente mecánico. Tanto uno como el otro pueden ser significativo o mecánico, dependiendo de la manera como la nueva información es almacenada en la estructura cognitiva; por ejemplo el armado de un rompecabezas por ensayo y error es un tipo de aprendizaje por descubrimiento en el cual, el contenido descubierto (el armado) es incorporado de manera arbitraria a la estructura cognitiva y por lo tanto aprendido mecánicamente, por otro lado una ley física puede ser aprendida significativamente sin necesidad de ser descubierta por el alumno, está puede ser oída, comprendida y usada significativamente, siempre que exista en su estructura cognitiva los conocimientos previos apropiados.

Las sesiones de clase están caracterizadas por orientarse hacia el aprendizaje por recepción, esta situación motiva la crítica por parte de aquellos que propician el aprendizaje por descubrimiento, pero desde el punto de vista de la transmisión del conocimiento, es injustificado, pues en ningún estadio de la evolución cognitiva del educando, tienen necesariamente que descubrir los contenidos de aprendizaje a fin de que estos sean comprendidos y empleados significativamente.

El "método del descubrimiento" puede ser especialmente apropiado para ciertos aprendizajes como por ejemplo, el aprendizaje de procedimientos científicos para una disciplina en particular, pero para la adquisición de volúmenes grandes de conocimiento, es simplemente inoperante e innecesario según Ausubel, por otro lado, el "método expositivo" puede ser organizado de tal manera que propicie un aprendizaje por recepción significativo y ser más eficiente que cualquier otro método en el proceso de aprendizaje-enseñanza para la asimilación de contenidos a la estructura cognitiva.

Finalmente es necesario considerar lo siguiente: "El aprendizaje por recepción, si bien es fenomenológicamente más sencillo que el aprendizaje por descubrimiento surge paradójicamente ya muy avanzado el desarrollo y especialmente en sus formas verbales más puras logradas, implica un nivel mayor de madurez cognoscitiva (Ausubel, 1983).

Siendo así, un niño en edad pre escolar y tal vez durante los primeros años de escolarización, adquiere conceptos y proposiciones a través de un proceso inductivo basado en la experiencia no verbal, concreta y empírica. Se puede decir que en esta etapa

predomina el aprendizaje por descubrimiento, puesto que el aprendizaje por recepción surge solamente cuando el niño alcanza un nivel de madurez cognitiva tal, que le permita comprender conceptos y proposiciones presentados verbalmente sin que sea necesario el soporte empírico concreto.

Requisitos Para El Aprendizaje Significativo

Al respecto Ausubel dice: El alumno debe manifestar una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria (Ausubel, 1983).

Lo anterior presupone:

Que el material sea potencialmente significativo, esto implica que el material de aprendizaje pueda relacionarse de manera no arbitraria y sustancial (no al pie de la letra) con alguna estructura cognoscitiva específica del alumno, la misma que debe poseer "significado lógico" es decir, ser relacionable de forma intencional y sustancial con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del alumno, este significado se refiere a las características inherentes del material que se va aprender y a su naturaleza.

Cuando el significado potencial se convierte en contenido cognoscitivo nuevo, diferenciado e idiosincrático dentro de un individuo en particular como resultado del aprendizaje significativo, se puede decir que ha adquirido un "significado psicológico" de esta forma el emerger del significado psicológico no solo depende de la representación que el alumno haga del material lógicamente significativo, " sino también que tal alumno posea realmente los antecedentes ideáticos necesarios" (Ausubel,1983) en su estructura cognitiva.

El que el significado psicológico sea individual no excluye la posibilidad de que existan significados que sean compartidos por diferentes individuos, estos significados de conceptos y proposiciones de diferentes individuos son lo suficientemente homogéneos como para posibilitar la comunicación y el entendimiento entre las personas.

Por ejemplo, la proposición: "en todos los casos en que un cuerpo sea acelerado, es necesario que actúe una fuerza externa sobre tal para producir la aceleración", tiene

significado psicológico para los individuos que ya poseen algún grado de conocimientos acerca de los conceptos de aceleración, masa y fuerza.

Disposición para el aprendizaje significativo, es decir que el alumno muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva. Así independientemente de cuanto significado potencial posea el material a ser aprendido, si la intención del alumno es memorizar arbitraria y literalmente, tanto el proceso de aprendizaje como sus resultados serán mecánicos; de manera inversa, sin importar lo significativo de la disposición del alumno, ni el proceso, ni el resultado serán significativos, si el material no es potencialmente significativo, y si no es relacionable con su estructura cognitiva.

Tipos de aprendizaje significativo.

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la "simple conexión", arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje.

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones conceptos y de proposiciones.

Aprendizaje de Representaciones

Es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos, al respecto Ausubel dice:

Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan (Ausubel, 1983).

Este tipo de aprendizaje se presenta generalmente en los niños, por ejemplo, el aprendizaje de la palabra "Pelota", ocurre cuando el significado de esa palabra pasa a representar, o se convierte en equivalente para la pelota que el niño está percibiendo en ese momento, por consiguiente, significan la misma cosa para él; no se trata de una simple asociación entre el símbolo y el objeto sino que el niño los relaciona de manera

relativamente sustantiva y no arbitraria, como una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva.

Aprendizaje De Conceptos

Los conceptos se definen como "objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos" (Ausubel, 1983), partiendo de ello podemos afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones.

Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos. Formación y asimilación. En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis, del ejemplo anterior podemos decir que el niño adquiere el significado genérico de la palabra "pelota" , ese símbolo sirve también como significante para el concepto cultural "pelota", en este caso se establece una equivalencia entre el símbolo y sus atributos de criterios comunes. De allí que los niños aprendan el concepto de "pelota" a través de varios encuentros con su pelota y las de otros niños.

El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva por ello el niño podrá distinguir distintos colores, tamaños y afirmar que se trata de una "Pelota", cuando vea otras en cualquier momento.

Aprendizaje de proposiciones.

Este tipo de aprendizaje va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, combinadas o aisladas, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones.

El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva. Es decir, que una proposición potencialmente significativa, expresada verbalmente, como una declaración que posee significado denotativo (las características evocadas al oír los conceptos) y connotativo (la carga emotiva, actitudinal

e idiosincrática provocada por los conceptos) de los conceptos involucrados, interactúa con las ideas relevantes ya establecidas en la estructura cognoscitiva y, de esa interacción, surgen los significados de la nueva proposición.

Principio de la Asimilación

El Principio de asimilación se refiere a la interacción entre el nuevo material que será aprendido y la estructura cognoscitiva existente origina una reorganización de los nuevos y antiguos significados para formar una estructura cognoscitiva diferenciada, esta interacción de la información nueva con las ideas pertinentes que existen en la estructura cognoscitiva propicia su asimilación.

Por asimilación entendemos el proceso mediante el cual " la nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente (Ausubel 1983), al respecto Ausubel recalca: Este proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzada. (Ausubel 1983).

El producto de la interacción del proceso de aprendizaje no es solamente el nuevo significado de, sino que incluye la modificación del subsunor y es el significado compuesto.

Consideremos el siguiente caso: si queremos que el alumno aprenda el concepto de cambio de fase este debe poseer el concepto de calor (energía en tránsito) (A) en su estructura cognoscitiva previa, el nuevo concepto (cambio de fase) se asimila al concepto más inclusivo (calor), pero si consideramos que los cambios de fase se deben a una transferencia de energía, no solamente el concepto de cambio de fase podrá adquirir significado para el alumno, sino también el concepto de calor que el ya poseía será modificado y se volverá más inclusivo, esto le permitirá por ejemplo entender conceptos como energía interna, capacidad calorífica específica. etc.

Evidentemente, el producto de la interacción puede modificarse después de un tiempo; por lo tanto, la asimilación no es un proceso que concluye después de un aprendizaje significativo sino, que continúa a lo largo del tiempo y puede involucrar nuevos aprendizajes, así como la pérdida de la capacidad de reminiscencia y reproducción de las ideas subordinadas.

Para tener una idea más clara de cómo los significados recién asimilados llegan a estar disponibles durante el periodo de aprendizaje, Ausubel plantea que durante cierto tiempo "son disociables de sus subsunsores, por lo que pueden ser reproducidos como entidades individuales lo que favorece la retención de a'.

La teoría de la asimilación considera también un proceso posterior de "olvido" y que consiste en la "reducción" gradual de los significados con respecto a los subsunsores. Olvidar representa así una pérdida progresiva de la sociabilidad de las ideas recién asimiladas respecto a la matriz ideática a la que estén incorporadas en relación con la cual surgen sus significados (Ausubel, 1983).

Se puede decir entonces que, inmediatamente después de producirse el aprendizaje significativo como resultado de la interacción, comienza una segunda etapa de asimilación a la que Ausubel llama: asimilación obliteradora.

En esta etapa las nuevas ideas se vuelven espontánea y progresivamente menos disociables de los subsunsores (ideas ancla). Hasta que no son reproducibles como entidades individuales, esto quiere decir que en determinado momento la interacción, es simplemente indisociable y se reduce a y se dice que se olvidan, desde esta perspectiva el olvido es una continuación de "fase temporal posterior" del proceso de aprendizaje significativo, esto se debe que es más fácil retener los conceptos y proposiciones subsunsores, que son más estables que recordar las ideas nuevas que son asimiladas en relación con dichos conceptos y proposiciones.

Es necesario mencionar que la asimilación obliterada "sacrifica" un cierto volumen de información detallada y específica de cualquier cuerpo de conocimientos.

La asimilación obliteradora, es una consecuencia natural de la asimilación, sin embargo, no significa que el subsunsores vuelva a su forma y estado inicial, sino, que el residuo de la asimilación obliteradora, es el miembro más estable de la interacción que es el subsunsores modificado. Es importante destacar que describir el proceso de asimilación como única interacción sería una simplificación, pues en grado menor, una nueva información interactúa también con otros subsunsores y la calidad de asimilación depende en cada caso de la relevancia del subsunsores.

Resumiendo, la esencia la teoría de la asimilación reside en que los nuevos significados son adquiridos a través de la interacción de los nuevos conocimientos con los conceptos o

proposiciones previas, existentes en la estructura cognitiva del que aprende, de esa interacción resulta de un producto en el que no solo la nueva información adquiere un nuevo significado sino, también el subsundor adquiere significados adicionales. Durante la etapa de retención el producto es dissociable en y para luego entrar en la fase obliteradora donde se reduce a dando lugar al olvido.

Dependiendo como la nueva información interactúa con la estructura cognitiva, las formas de aprendizaje planteadas por la teoría de asimilación son las siguientes.

Aprendizaje Subordinado

Este aprendizaje se presenta cuando la nueva información es vinculada con los conocimientos pertinentes de la estructura cognoscitiva previa del alumno, es decir cuando existe una relación de subordinación entre el nuevo material y la estructura cognitiva pre existente, es el típico proceso de subsunción.

El aprendizaje de conceptos y de proposiciones, hasta aquí descritos reflejan una relación de subordinación, pues involucran la subsunción de conceptos y proposiciones potencialmente significativos a las ideas más generales e inclusivas ya existentes en la estructura cognoscitiva.

Ausubel afirma que la estructura cognitiva tiende a una organización jerárquica en relación al nivel de abstracción, generalidad e inclusividad de las ideas, y que, "la organización mental" ejemplifica una pirámide en que las ideas más inclusivas se encuentran en el ápice, e incluyen ideas progresivamente menos amplias (Ausubel, 1983).

El aprendizaje subordinado puede a su vez ser de dos tipos: Derivativo y Correlativo. El primero ocurre cuando el material es aprendido y entendido como un ejemplo específico de un concepto ya existente, confirma o ilustra una proposición general previamente aprendida. El significado del nuevo concepto surge sin mucho esfuerzo, debido a que es directamente derivable o está implícito en un concepto o proposición más inclusiva ya existente en la estructura cognitiva, por ejemplo, si estamos hablando de los cambios de fase del agua, mencionar que en estado líquido se encuentra en las "piletas", sólido en el hielo y como gas en las nubes se estará promoviendo un aprendizaje derivativo en el alumno, que tenga claro y preciso el concepto de cambios de fase en su estructura cognitiva. Cabe indicar que los atributos de criterio del concepto no cambian, sino que se reconocen nuevos ejemplos.

El aprendizaje subordinado es correlativo, "si es una extensión elaboración, modificación o limitación de proposiciones previamente aprendidas"(Ausubel, 1983). En este caso la nueva información también es integrada con los subsunsores relevantes más inclusivos pero su significado no es implícito por lo que los atributos de criterio del concepto incluido pueden ser modificados. Este es el típico proceso a través del cual un nuevo concepto es aprendido.

Aprendizaje Supra ordenado

Ocurre cuando una nueva proposición se relaciona con ideas subordinadas específicas ya establecidas, "tienen lugar en el curso del razonamiento inductivo o cuando el material expuesto implica la síntesis de ideas componentes" (Ausubel,1983), por ejemplo: cuando se adquieren los conceptos de presión, temperatura y volumen, el alumno más tarde podrá aprender significado de la ecuación del estado de los gases perfectos; los primeros se subordinan al concepto de ecuación de estado lo que representaría un aprendizaje superordinado. Partiendo de ello se puede decir que la idea supra ordenada se define mediante un conjunto nuevo de atributos de criterio que abarcan las ideas subordinadas, por otro lado, el concepto de ecuación de estado puede servir para aprender la teoría cinética de los gases.

El hecho que el aprendizaje superordinado se torne subordinado en determinado momento, nos confirma que ella estructura cognitiva es modificada constantemente; pues el individuo puede estar aprendiendo nuevos conceptos por subordinación y a la vez, estar realizando aprendizajes supra ordenados (como en el anterior) posteriormente puede ocurrir lo inverso resaltando la característica dinámica de la evolución de la estructura cognitiva.

Aprendizaje Combinatorio

Este tipo de aprendizaje se caracteriza por que la nueva información no se relaciona de manera subordinada, ni supra ordenada con la estructura cognoscitiva previa, sino se relaciona de manera general con aspectos relevantes de la estructura cognoscitiva. Es como si la nueva información fuera potencialmente significativa con toda la estructura cognoscitiva.

Considerando la disponibilidad de contenidos relevantes apenas en forma general, en este tipo de aprendizaje, las proposiciones son, probablemente las menos relacionables y

menos capaces de "conectarse" en los conocimientos existentes, y por lo tanto más difícil para su aprendizaje y retención que las proposiciones subordinadas y supraordinadas; este hecho es una consecuencia directa del papel crucial que juega la disponibilidad subsunsores relevantes y específicos para el aprendizaje significativo.

Finalmente el material nuevo, en relación con los conocimientos previos no es más inclusivo ni más específico, sino que se puede considerar que tiene algunos atributos de criterio en común con ellos, y pese a ser aprendidos con mayor dificultad que en los casos anteriores se puede afirmar que "Tienen la misma estabilidad [...] en la estructura cognoscitiva" (Ausubel), porque fueron elaboradas y diferenciadas en función de aprendizajes derivativos y correlativos, son ejemplos de estos aprendizajes las relaciones entre masa y energía, entre calor y volumen esto muestran que implican análisis, diferenciación, y en escasas ocasiones generalización, síntesis.

5. Diferenciación progresiva y reconciliación integradora

Como ya fue dicho antes, en el proceso de asimilación las ideas previas existentes en la estructura cognitiva se modifican adquiriendo nuevos significados. La presencia sucesiva de este hecho "Produce una elaboración adicional jerárquica de los conceptos o proposiciones (Ausubel), dando lugar a una diferenciación progresiva. Este es un hecho que se presenta durante la asimilación, pues los conceptos subsunsores están siendo reelaborados y modificados constantemente, adquiriendo nuevos significados, es decir, progresivamente diferenciados. Este proceso se presenta generalmente en el aprendizaje subordinado (especialmente en el correlativo).

Por otro lado, si durante la asimilación las ideas ya establecidas en la estructura cognitiva son reconocidas y relacionadas en el curso de un nuevo aprendizaje posibilitando una nueva organización y la atribución de un significado nuevo, a este proceso se le podrá denominar según Ausubel reconciliación integradora, este proceso se presentan durante los aprendizajes supraordinados y combinatorios, pues demandan de una recombinación de los elementos existentes en la estructura cognitiva (Moreira: 1993).

La diferenciación progresiva y la reconciliación integradora son procesos dinámicos que se presentan durante el aprendizaje significativo. La estructura cognitiva se caracteriza, por lo tanto, por presentar una organización dinámica de los contenidos aprendidos. Según Ausubel, la organización de éstos, para un área determinada del saber en la mente

del individuo tiende a ser una estructura jerárquica en la que las ideas más inclusivas se sitúan en la cima y progresivamente incluyen proposiciones, conceptos y datos menos inclusivos y menos diferenciados (Ahumada,1983).

Todo aprendizaje producido por la reconciliación integradora también dará a una mayor diferenciación de los conceptos o proposiciones ya existentes pues la reconciliación integradora es una forma de diferenciación progresiva presente durante el aprendizaje significativo.

Los conceptos de diferenciación progresiva y reconciliación integradora pueden ser aprovechados en la labor educativa, puesto que la diferenciación progresiva puede provocarse presentando al inicio del proceso educativo, las ideas más generales e inclusivas que serán enseñadas, para diferenciarlos paulatinamente en términos de detalle y especificidad, por ello se puede afirmar que: Es más fácil para los seres humanos captar aspectos diferenciados de un todo inclusivo previamente aprendido, que llegar al todo a partir de sus componentes diferenciados ya que la organización de los contenidos de una cierta disciplina en la mente de un individuo es una estructura jerárquica(Ahumada 1983).

Por ello la programación de los contenidos no solo debe proporcionar una diferenciación progresiva sino también debe explorar explícitamente las relaciones entre conceptos y relaciones, para resaltar las diferencias y similitudes importantes, para luego reconciliar las incongruencias reales o aparentes.

Finalmente, la diferenciación progresiva y la reconciliación integradora son procesos estrechamente relacionados que ocurren a medida que el aprendizaje significativo ocurre. En el aprendizaje subordinado se presenta una asimilación (subsunción) que conduce a una diferenciación progresiva del concepto o proposición subsunsores; mientras que en el proceso de aprendizaje supra ordenado y en el combinatorio a medida que las nuevas informaciones son adquiridas, los elementos ya existentes en la estructura cognitiva pueden ser precisados, relacionados y adquirir nuevos significados y como consecuencia ser reorganizados, así como adquirir nuevos significados. En esto último consiste la reconciliación integradora.

Teoría de aprendizaje de John Dewey (*aprendizaje por descubrimiento*)

Fue un hombre de acción, que aspiraba a la unificación de pensamiento y acción, de teoría y práctica. Defendió la igualdad de la mujer, incluyendo el derecho al voto. Fue cofundador, en 1929, de la *Liga para una acción política independiente*, fomentó el sindicalismo docente, alentó la ayuda a los intelectuales exiliados de los regímenes totalitarios. Dewey tuvo una gran influencia en el desarrollo del progresismo pedagógico, desempeñando un papel protagonista que abarca desde finales del XIX hasta la Primera Guerra Mundial. Fue el pedagogo más original, renombrado e influyente de los Estados Unidos y uno de los educadores más perspicaces y geniales de la época contemporánea, influyendo en el curso de tres generaciones. El padre de la psicología progresista murió el 1 de junio de 1952 con 92 años.

Desde el punto de vista epistemológico, Dewey considera que los conceptos en los que se formularon las creencias son construcciones humanas provisionales. Dewey critica el enfoque clásico sobre el conocimiento.

El concepto principal relacionado con la teoría del conocimiento es "experiencia". "La experiencia ocurre continuamente porque la interacción de la criatura viviente y las condiciones que la rodean está implicada en el proceso mismo de la vida. En condiciones de resistencia y conflicto, determinados aspectos y elementos del yo y del mundo implicados en esta interacción recalifican la experiencia con emociones e ideas, de tal manera que surge la intención consciente"⁵

Dewey mantiene una concepción enteramente dinámica de la persona. Lo que él propone es la reconstrucción de las prácticas morales y sociales, y también de las creencias.

Mantiene una posición crítica respecto a la sociedad industrial, y una distancia enorme respecto del marxismo. La educación progresiva debemos contraponerla a la concepción educativa tradicional. Dewey rechaza un conjunto de doctrinas pedagógicas de variado signo:

- la educación como preparación.

- la educación Como desenvolvimiento.
- la educación como adiestramiento de la facultad.
- la educación Como formación.

La escuela, para Dewey, se concibe como reconstrucción del orden social, el educador es un guía y orientador de los alumnos.

De todo esto surge el famoso Método del problema.

Ciencia de la educación

Son los conocimientos de investigados que penetran en el corazón, cabeza y manos del educador, y que al penetrar así, hacen la realización de la función educativa más humana, por medio de la experiencia del educador, sin dejar de lado a la ciencia misma, ya sea sociológica, filosófica, psicológica estímulo respuesta, artística, musical, o alguna otra tomada como ciencia.

Así a su vez la educación es por naturaleza un círculo o una espiral infinita. Es una actividad en la que se incluye en si a la ciencia, como se menciona anteriormente, de cualquier índole. En su mismo proceso plantea más problemas a ser estudiados, en lo sucesivo, que después reaccionan en el proceso educativo, para cambiarlo aún más, y así exige más pensamiento, más ciencia, y así sucesiva e infinitamente. Educación y ciencia.

Aportes metodológicos

Pretendía formular sobre nuevas bases una propuesta pedagógica en oposición a la escuela tradicional y antigua. Pensaba que la nueva educación tenía que superar a la tradición no sólo en los fundamentos del discurso, sino también en la propia práctica. "Mi propósito, sin embargo, no es emprender una interpretación económica de la historia de las artes, y mucho menos argumentar que las condiciones económicas son invariables y directamente auxiliares de la percepción y el goce y aun de la interpretación de las obras de arte individuales. Hay que indicar que las teorías que aíslan el arte y su apreciación colocándolos en un reino que le es propio, desconectados de otros modos de experiencia, no son cuestionables al tema, sino que aparecen a causa de condiciones específicas extrañas. Como estas condiciones están incluidas en instituciones y costumbres de vida, operan de modo efectivo porque su acción es inconsciente⁶" Sin embargo, no existe un

método Dewey para ser aplicado. Cuando él habla del método, lo hace desde lo abstracto, piensa que no existen métodos "cerrados y envasados". Dewey estima que la praxis educativa implica un manejo inteligente de los asuntos, y esto supone una apertura a la deliberación del educador en relación con su concreta situación educativa y con las consecuencias que se pueden derivar de los diferentes cursos de acción.

Dewey distingue entre un método general y otro individual. El primero supone una acción inteligente dirigida por fines, en cambio, el método individual se refiere a la actuación singular de educador y educando.

La propuesta metodológica de Dewey consta de cinco fases:

1. Consideración de alguna experiencia actual y real del niño.
2. Identificación de algún problema o dificultad suscitados a partir de esa experiencia.
3. Inspección de datos disponibles, así como búsqueda de soluciones viables.
4. Formulación de la hipótesis de solución.
5. Comprobación de la hipótesis por la acción.

Dewey mostró un sentido práctico para planificar y desarrollar un currículum integrado de las ocupaciones (actividades funciones ligadas al medio del niño), incluyendo previsiones de desarrollo del programa en ciclos temporales cortos.

"Una inspección cuidadosa de los métodos que han sido permanentemente exitosos en la educación formal revelará que su eficiencia depende del hecho que ellos vuelven a la situación que causa la reflexión fuera del colegio en la vida ordinaria. Les dan a los alumnos algo que hacer, no algo que aprender; y si el hacer es de tal naturaleza que demanda el pensar o la toma de conciencia de las conexiones; el aprendizaje es un resultado natural."

Teoría del aprendizaje de Jean Piaget

Jean Piaget es uno de los más conocidos psicólogos del enfoque constructivista, una corriente que bebe directamente de las teorías del aprendizaje de autores como Lev Vygotsky o David Ausubel.

¿Qué es el enfoque constructivista?

El enfoque constructivista, en su vertiente de corriente pedagógica, es una manera determinada de entender y explicar las formas en las que aprendemos. Los psicólogos que parten de este enfoque ponen énfasis en la figura del aprendiz como el agente que en última instancia es el motor de su propio aprendizaje.

Los padres, maestros y miembros de la comunidad son, según estos autores, facilitadores del cambio que se está operando en la mente del aprendiz, pero no la pieza principal. Esto es así porque, para los constructivistas, las personas no interpretan literalmente lo que les llega del entorno, ya sea a través de la propia naturaleza o a través de las explicaciones de maestros y tutores. La teoría constructivista del conocimiento nos habla de una percepción de las propias vivencias que siempre está sujeta a los marcos de interpretación del “aprendiz”.

Es decir: somos incapaces de analizar objetivamente las experiencias que vivimos en cada momento, porque siempre las interpretaremos a la luz de nuestros conocimientos previos. El aprendizaje no es la simple asimilación de paquetes de información que nos llegan desde fuera, sino que se explica por una dinámica en la que existe un encaje entre las informaciones nuevas y nuestras viejas estructuras de ideas. De esta manera, lo que sabemos está siendo construido permanentemente.

El aprendizaje como reorganización

¿Por qué se dice que Piaget es constructivista? En términos generales, porque este autor entiende el aprendizaje como una reorganización de las estructuras cognitivas existentes en cada momento. Es decir: para él, los cambios en nuestro conocimiento, esos saltos cualitativos que nos llevan a interiorizar nuevos conocimientos a partir de nuestra

experiencia, se explican por una recombinación que actúa sobre los esquemas mentales que tenemos a mano tal como nos muestra la Teoría del Aprendizaje de Piaget.

Al igual que un edificio no se construye transformando un ladrillo en un cuerpo más grande, sino que se erige sobre una estructura (o, lo que es lo mismo, una colocación determinada de unas piezas con otras), el aprendizaje, entendido como proceso de cambio que se va construyendo, nos hace pasar por diferentes etapas no porque nuestra mente cambie de naturaleza de manera espontánea con el paso del tiempo, sino porque ciertos esquemas mentales van variando en sus relaciones, se van organizando de manera distinta a medida que crecemos y vamos interactuando con el entorno. Son las relaciones establecidas entre nuestras ideas, y no el contenido de estas, las que transforman nuestra mente; a su vez, las relaciones establecidas entre nuestras ideas hacen cambiar el contenido de estas.

Pongamos un ejemplo. Puede que, para un niño de 11 años, la idea de familia equivalga a su representación mental de su padre y su madre. Sin embargo, llega un punto en el que sus padres se divorcian y al cabo de un tiempo se ve viviendo con su madre y otra persona que no conoce. El hecho de que los componentes (padre y madre del niño) hayan alterado sus relaciones pone en duda la idea más abstracta en la que se adscriben (familia).

Con el tiempo, es posible que esta reorganización afecte al contenido de la idea “familia” y lo vuelva un concepto aún más abstracto que antes en el que pueda tener cabida la nueva pareja de la madre. Así pues, gracias a una experiencia (la separación de los padres y la incorporación a la vida cotidiana de una nueva persona) vista a la luz de las ideas y estructuras cognitivas disponibles (la idea de que la familia son los padres biológicos en interacción con muchos otros esquemas de pensamiento) el “aprendiz” ha visto cómo su nivel de conocimiento en lo relativo a las relaciones personales y la idea de familia ha dado un salto cualitativo.

El concepto de 'esquema'

El concepto de esquema es el término utilizado por Piaget a la hora de referirse al tipo de organización cognitiva existente entre categorías en un momento determinado. Es algo así como la manera en la que unas ideas son ordenadas y puestas en relación con otras.

Jean Piaget sostiene que un *esquema* es una estructura mental concreta que puede ser transportada y sistematizada. Un esquema puede generarse en muchos grados diferentes de abstracción. En las primeras etapas de la niñez, uno de los primeros esquemas es el del 'objeto permanente', que permite al niño hacer referencia a objetos que no se encuentran dentro de su alcance perceptivo en ese momento. Tiempo más tarde, el niño alcanza el esquema de 'tipos de objetos', mediante el cual es capaz de agrupar los distintos objetos en base a diferentes "clases", así como comprender la relación que tienen estas clases con otras.

La idea de "esquema" en Piaget es bastante similar a la idea tradicional de 'concepto', con la salvedad de que el suizo hace referencia a estructuras cognitivas y operaciones mentales, y no a clasificaciones de orden perceptual.

Además de entender el aprendizaje como un proceso de constante organización de los esquemas, Piaget cree que es fruto de la adaptación. Según la Teoría del Aprendizaje de Piaget, el aprendizaje es un proceso que sólo tiene sentido ante situaciones de cambio. Por eso, aprender es en parte saber adaptarse a esas novedades. Este psicólogo explica la dinámica de adaptación mediante dos procesos que veremos a continuación: la asimilación y la acomodación.

El aprendizaje como adaptación

Una de las ideas fundamentales para la Teoría del Aprendizaje de Piaget es el concepto de inteligencia humana como un proceso de naturaleza biológica. El suizo sostiene que el hombre es un organismo vivo que se presenta a un entorno físico ya dotado de una herencia biológica y genética que influye en el procesamiento de la información proveniente del exterior. Las estructuras biológicas determinan aquello que somos

capaces de percibir o comprender, pero a la vez son las que hacen posible nuestro aprendizaje.

Con un marcado influjo de las ideas asociadas al darwinismo, Jean Piaget construye, con su Teoría del Aprendizaje, un modelo que resultaría fuertemente controvertido. Así, describe la mente de los organismos humanos como el resultado de dos “funciones estables”: la organización, cuyos principios ya hemos visto, y la adaptación, que es el proceso de ajuste por el cual el conocimiento del individuo y la información que le llega del entorno se adaptan el uno al otro. A su vez, dentro de la dinámica de adaptación operan dos procesos: la asimilación y la acomodación.

Asimilación

La asimilación hace referencia a la manera en que un organismo afronta un estímulo externo en base a sus leyes de organización presentes. Según este principio de la adaptación en el aprendizaje, los estímulos, ideas u objetos externos son siempre asimilados por algún esquema mental preexistente en el individuo.

En otras palabras, la asimilación hace que una experiencia sea percibida bajo la luz de una “estructura mental” organizada con anterioridad. Por ejemplo, una persona con baja autoestima puede atribuir una felicitación por su trabajo a una forma de manifestar lástima por él.

Acomodación

La acomodación, por el contrario, involucra una modificación en la organización presente en respuesta a las exigencias del medio. Allí donde hay nuevos estímulos que comprometen demasiado la coherencia interna del esquema, hay acomodación. Es un proceso contrapuesto al de asimilación.

Equilibración

Es de este modo que, mediante la asimilación y la acomodación, somos capaces de reestructurar cognitivamente nuestros aprendizajes durante cada etapa del desarrollo. Estos dos mecanismos invariantes interactúan uno con otro en lo que se conoce como el proceso de *equilibración*. El equilibrio puede ser entendido como un proceso de regulación que rige la relación entre la asimilación y la acomodación.

El proceso de equilibración

A pesar de que la asimilación y la acomodación son funciones estables en tanto que se dan a lo largo del proceso evolutivo del ser humano, la relación que mantienen entre ellas sí varía. De este modo, la evolución cognoscitiva e intelectual mantiene una estrecha vinculación con la evolución de la relación *asimilación-acomodación*.

Piaget describe el proceso de equilibración entre asimilación y acomodación como el resultante de tres niveles de complejidad creciente:

1. El equilibrio se establece en base a los esquemas del sujeto y los estímulos del entorno.
2. El equilibrio se establece entre los propios esquemas de la persona.
3. El equilibrio se convierte en una integración jerárquica de esquemas distintos.

Sin embargo, con el concepto de *equilibración* se incorpora a la Teoría del Aprendizaje piagetiana una nueva cuestión: ¿qué sucede cuando el equilibrio temporal de alguno de estos tres niveles se ve alterado? Esto es, cuando existe una contradicción entre esquemas propios y externos, o entre esquemas propios entre sí.

Como señala Piaget dentro de su Teoría del Aprendizaje, en este caso se produce un conflicto cognitivo, y en este momento es cuando se quiebra el equilibrio cognitivo previo. El ser humano, que constantemente persigue la consecución de un equilibrio, trata de hallar respuestas, planteándose cada vez más interrogantes e investigando por su cuenta, hasta que alcanza el punto de conocimiento que lo restablece.

2.3 ANTECEDENTES

Dado que la enseñanza del cálculo diferencial es una de las áreas en las matemáticas que gran interés ha causado entre los educadores de esta materia y que de igual modo sus aplicaciones como herramienta de ayuda para la comprensión y entendimiento de la misma. Abarca (2001) realizó un estudio con estudiantes que tomaban el curso de cálculo 1 una la universidad de Bolivia. En este estudio se les planteo una nueva metodología de la enseñanza con el uso de problemas verbales utilizando la metodología de Pólya y Shoenfel haciendo una combinación en los dos métodos, creando un sistema de plantear los problemas verbales a la misma vez que se enseñaban los conceptos importantes del cálculo. El estudio reveló que en la medida que los estudiantes realizaban los procesos analíticos de resolver los problemas verbales y aplicaban los temas con el propósito obligatorio de tener que aplicar la teoría de Pólya esto le ayudaba a entender el cálculo diferencial y sus variantes. Se concluyó por la autora que el exponer al estudiante a métodos de aplicaciones crea en el estudiante un sistema que lo obliga a entender los conceptos importantes de la materia.

De igual modo, Ruiz y Carreto (2012) realizaron un estudio donde crearon un nuevo sistema tecnológico para la resolución de problemas en el cálculo aplicado a estudiantes de escuela superior en México. En este estudio se les entregó una serie de problemas verbales a los estudiantes es los cuales tenía que resolver con el uso de un nuevo software el cual le ayudaría en todo el proceso. El estudio demostró que los estudiantes aprendían mucho mejor el cálculo con el uso de la tecnología.

Asimismo, Dolores (2000) realizó un estudio con estudiantes universitarios a los cuales se les enseñaba un nuevo método de calcular la derivada en el cálculo diferencial. Los estudiantes iban diseñando nuevos métodos con una serie de preguntas que la profesora les realizaba y con el método del descubrimiento y con la matemática con sentido lograron aprender a derivar las funciones dadas en el cálculo.

También Ruiz (2010) en un trabajo de investigación que realizó con estudiantes universitarios en la enseñanza del cálculo diferencial encontró que la tecnología era una herramienta efectiva para el aprendizaje de la materia siempre que esta no se convirtiera

en un distractor en su proceso. Por otro lado, Catsigeras (2004) realizó un estudio con estudiantes universitarios a los cuales se les enseñaba el cálculo diferencial por medio de preguntas. De aquí sostiene que el cálculo diferencial se puede enseñar a base de descubrimiento constante de sus aplicaciones y demostraciones en sus algoritmos.

Por su parte los investigadores, Sabogal, Monroy, Landero, Molina (2013) crearon una aplicación tecnológica para la enseñanza del cálculo diferencial aplicado a la ingeniería. Esta aplicación ayudaba a los estudiantes a razonar y analizar los resultados obtenidos en sus aplicaciones a la ingeniería. a dichos alumnos se les entregaba una lista de problemas verbales los cuales tenía que resolver con la aplicación creada por los profesores. en esta investigación demostraron que el uso de la tecnología es una herramienta esencial a la hora de enseñar matemáticas aplicadas a los estudiantes. De igual modo, Azcareta y Camacho (2003), realizaron un estudio sobre la enseñanza del análisis matemático a estudiantes de universitarios con el uso de problemas que reten el sentido numérico a través de problemas verbales. En el mismo se demostró que el estudiante que se reta a un proceso analítico y de razonamiento su aprendizaje perdura y actúan de una forma con mayor rigor a la hora de resolver los ejercicios. Badillo (2003) realizó un estudio con la enseñanza de la derivada donde el estudiante a través del descubrimiento podía demostrar una serie de teoremas en el inicio de cálculo diferencial.

De la misma manera, Blázquez (2000) realizó una investigación sobre la noción del límite en el estudiante con el uso de la tecnología. En el mismo, se les daba a los estudiantes una calculadora y un problema en el cual tenían que hallar el límite y se determina las nociones del mismo en estudiantes que comenzaban su formación en el cálculo. Se demostró que los estudiantes aprenden mejor cuando ellos descubren el significado y encuentran los resultados en la aplicación de la ingeniería. También Calvo (2001) hizo un estudio sobre la manera en que ayudan las demostraciones y las pruebas en los teoremas de matemáticas en el cálculo diferencial esto obligaba a que los estudiantes pudieran descubrir, razonar y analizar para interiorizar su conocimiento de la mejor manera posible. Asimismo, Camacho y Depool (2001) realizaron una investigación sobre las actitudes de los estudiantes hacia la enseñanza del cálculo diferencial. Se descubrió que las actitudes hacia la materia son un factor importante para

que exista una motivación especial para trabajar y practicar en los ejercicios. Camarena (2013) demostró que los estudiantes que investigan y descubren en los problemas de matemáticas internaliza el conocimiento y el aprendizaje es más duradero. El estudio se llevó a cabo mediante proyectos de investigación a los estudiantes con modelos específicos de aprendizaje y teorías cognitivas las cuales servían para validar a teóricos experimentados en la educación. De igual manera Cuevas y Pluinage (2015) crearon un curso preparatorio y de refuerza para la enseñanza del cálculo diferencial a aquellos estudiantes que demostraron cierta necesidad en la materia. Este curso ayudó a los estudiantes pues practicaban nuevos modelos de enseñanza y se determinaba cual era el más efectivo para la materia. de igual manera Rojas (2001) creo un nuevo enfoque en la enseñanza del cálculo diferencial para estudiantes del primer curso universitario. Este estudio consistió en analizar cada uno de los errores y nociones equivocadas que tenían los estudiantes sobre el cálculo diferencial. una vez se realizó la lista de todas las dificultades que tenían los estudiantes se procedió a crear nuevas metodologías de enseñanzas para los diversos temas. Esto a su vez produjo una gama de metodologías que nunca se habían experimentado en la enseñanza del cálculo a los estudiantes. La investigación concluyo que los profesores deben partir de aquellas cosas que los estudiantes tengan dificultad y de las mismas crear nuevo enfoque pedagógicos que ayuden a la enseñanza del cálculo diferencial.

También, se hace un especial énfasis en que los estudiantes deben ser advertidos sobre la importancia que tiene el reflexionar sobre sus propios saberes y la forma en que se producen, no sólo los conocimientos, sino también el aprendizaje, teniendo en cuenta cómo actúan durante el mismo las herramientas derivadas de los estudios sobre meta cognición. Todo esto como un respaldo más a la importancia y pertinencia de la investigación que aspiramos desarrollar.

De igual modo Mariela Lilibeth Herrera Ruiz, 2010 plantea en su escrito y en un reporte de una investigación que se propuso describir los problemas y conflictos cognitivos que surgen en estudiantes de 3º año de educación media durante el aprendizaje de los números irracionales, conflictos interrelacionados con la teoría propuesta por Socas

(1997) sobre dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. Para ello, se recolectaron los cuadernos y las evaluaciones escritas de los estudiantes, y se diseñó y aplicó un cuestionario. La investigación pretende explorar el primer contacto de los estudiantes en la educación formal con los números irracionales en las condiciones habituales en la que tiene lugar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y, asimismo, resaltar la importancia del rol investigador del docente, ya que al investigar dentro de su salón de la clase el docente puede realizar una descripción detallada y densa de la realidad, ya que forma parte del contexto educativo. De acuerdo con lo anterior, la importancia de esta investigación radica principalmente en el marco teórico de la misma donde se explicitan los obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas en bachillerato, especialmente de los números racionales, desde diferentes e importantes autores, lo cual ayuda mucho a fortalecer el marco teórico la presente tesis. Por otro lado, los hallazgos que en ella se encuentran son muy específicos ofreciendo más herramientas para comparar y analizar los futuros hallazgos de esta investigación, así como para conceptualizar entorno a dichos temas fundamentados en la teoría propuesta por Socas (1997) en 21 su tesis doctoral sobre dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria.

En cuanto a las dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. (Jesús López Cahun, Landy Sosa Moguel, 2008. Acta Latinoamericana Matemática Educativa, vol.21) el presente artículo corresponde a una investigación realizada con el propósito de identificar cuáles son los factores que influyen en las dificultades de aprendizaje y los errores cometidos por alumnos del nivel medio superior al momento de manipular el concepto función. La identificación de los errores se realizó mediante la aplicación de instrumentos de carácter exploratorio elaborados a partir de un análisis epistemológico del concepto. Se reportaron algunos factores de carácter cognitivo, epistemológico y didáctico que influyen en las dificultades que enfrentan los alumnos en el estudio de funciones en el ámbito escolar. El análisis de la información y los resultados detallados en esta investigación aportan una categorización mucho más amplia acerca de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas en el bachillerato y específicamente en cuanto a funciones se refiere,

afirmando de manera contundente que en su mayoría las dificultades de aprendizaje y errores cometidos por los estudiantes se atañen a la enseñanza del concepto de función y que por lo tanto es necesario considerar los aspectos cognitivos, epistemológicos y didácticos para el aprendizaje de funciones, en actividades y experiencias que promuevan el lenguaje y pensamiento, la meta cognición, la visualización y la modelación de situaciones o fenómenos.

De igual forma, este autor considera que es posible que desde nuestro papel de docentes propiciemos una enseñanza adecuada y facilitemos un mejor aprendizaje de las matemáticas si conocemos de manera general o específica las razones por las que se originan los diferentes errores cometidos los alumnos al trabajar con las Matemáticas. Sin embargo, en esta investigación se plantea la importancia de que más que reconocer los errores, obstáculos y dificultades de los estudiantes durante la construcción del conocimiento matemático, desde nuestra actividad docente; es necesario que los estudiantes sean conscientes de los mismos errores y en lo posible de su procedencia.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA

Introducción:

En este capítulo se presenta los métodos, técnicas y procedimientos que fueron empleados para lograr los objetivos propuestos. La siguiente investigación es descriptiva, cualitativa y experimental en la cual se desarrollará un modelo de enseñanza con el uso de tecnología en el cálculo diferencial. Según Hernandez (2016) la *Investigación Descriptiva*: consiste en la caracterización de un hecho, fenómeno o grupo, con el fin de establecer su estructura o comportamiento. Tiene como objetivo la descripción precisa del evento de estudio. Este tipo de investigación se asocia con el diagnóstico. El método se basa en la indagación, observación, el registro y la definición. De igual modo, *la investigación o metodología cualitativa* se refiere a estudios que tienen como objetivo comprender los pensamientos y sentimientos de las personas sobre cualquier fenómeno de interés. Así mismo señala Hernandez (2016) que la **investigación experimental** es un tipo de **investigación** que bien utiliza experimentos y los principios encontrados en el método científico.

Investigación Comparativa: Por lo general se realiza con dos en la cual se creará un modelo de enseñanza del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía. En el mismo se utilizarán métodos tecnológicos como: symbolab, wólffram, GeoGebra, geometra, Matlab, látex, graphmath, calculadora y computadora para que el estudiante entienda los conceptos generales de forma abstracta y lo pueda llevar al entendimiento concreto. En el estudio se creará una nueva metodología en la enseñanza del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía. Señala Acevedo (2015) que los intereses y las actitudes del alumnado son elementos clave para la enseñanza y el aprendizaje de cualquier materia. En el caso de algunas disciplinas como la tecnología está presente también, en íntima conexión con los mismos, la cuestión del género, esto es, el análisis de las causas de las diferencias que pudieran darse entre las alumnas y los alumnos en relación con estos factores. El estudio de estos temas está logrando alcanzar

cierta tradición en las investigaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas, de las ciencias y, más recientemente, de la tecnología.

Algunos trabajos (p.ej., Kelly, 1988; Rennie, 1987) ofrecen datos significativos obtenidos con adolescentes de ambos sexos (12-14 años) de los sistemas educativos del ámbito cultural anglosajón (Reino Unido y Australia, respectivamente), mostrando que, en comparación con las alumnas, los alumnos:

Están más seguros de lo que significa la tecnología, de que ésta tiene una historia y de su importancia para la vida cotidiana.

Aprecian y valoran más la tecnología, estando más interesados por los trabajos técnicos y las innovaciones tecnológicas.

Es más probable que elijan opciones tecnológicas en el futuro porque reciben más estímulo de sus familiares, de sus amistades y del profesorado para estudiarlas.

Además, aunque la mayoría del alumnado se muestra en contra de la creencia de que los chicos saben más cosas sobre la tecnología que las chicas, el porcentaje de alumnas que discrepa con esto es mucho mayor que el de alumnos (82% y 56%, respectivamente). Al mismo tiempo, menos alumnas que alumnos (51% y 77%, respectivamente) manifiestan su deseo de adquirir mayores conocimientos de tecnología en la escuela, asegurando no obstante que optarían más por materias tecnológicas si tuvieran más información sobre las mismas.

El informe de Whyte (1986) sobre el GIST Project (véase también Smail, 1985), un programa de investigación-acción para la coeducación en ciencia y tecnología en la enseñanza secundaria del Reino Unido, contiene numerosos datos y reflexiones sobre las causas del menor interés de las alumnas por la tecnología y lo que las desanima a estudiarla. La mayor parte se relacionan con actitudes, normas y comportamientos sociales, pero algunas tienen que ver con la manera de enfocar el *currículo* y los contenidos que se tratan. Entre las principales causas señaladas por Whyte destacan las siguientes:

- Los roles familiares y sociales percibidos desde la infancia.
- Las expectativas académicas y laborales de las alumnas para el futuro.
- El "clima" en los laboratorios y talleres, donde los alumnos tienden a acaparar los recursos mientras que las alumnas ordenan, recogen, limpian...
- Ciertos rasgos del *currículo* oculto, tales como las creencias y las expectativas del profesorado sobre las características escolares de las alumnas y los alumnos.
- Ignorar la presencia de la mujer en la historia de la ciencia y la tecnología.
- Visión masculina de la tecnología en el *currículo*.
- Ausencia de implicaciones sociales y humanistas en los temas de ciencia y tecnología.

Población

Para efectos del estudio se utilizará la población de 30 estudiantes matriculados en el curso de cálculo diferencial aplicado a la administración. Los mismos son estudiantes de la Universidad de Puerto Rico Recinto de Río Piedras y están matriculados en el curso Métodos Cuantitativos, el cual es equivalente al cálculo diferencial. Los mismos tienen que aplicar el cálculo a sus diferentes profesiones y utilizar la tecnología para sus respectivos trabajos. Estos estudiantes son provenientes en un 70% de escuelas públicas y un 30% de instituciones privadas. De estos estudiantes 20 están en su segundo año universitario 5 es su tercer año y 5 en su cuarto año. Siete de ellos se habían fracasado anteriormente en el curso de cálculo diferencial por no poder entender la materia en su análisis y aplicación al mundo de la administración y la economía. Se han realizado varios estudios que confirman que una población similar estudiada en términos de la enseñanza de las

matemáticas con el uso de tecnología ayuda grandemente en su desempeño. En España también se han hecho algunas aportaciones a este tema. Así, por ejemplo, en relación con los problemas sociales que la tecnología puede ayudar a resolver se ha encontrado, en el caso de estudiantes del extinguido BUP y COU (Acevedo, 1992, 1993), que las alumnas tienen mayor interés que los alumnos por los aspectos biomédicos (tecnologías sanitarias), mientras que éstos están más interesados que las alumnas en las cuestiones relacionadas con la información, comunicación y transporte (tecnologías de las ingenierías electrónica, telecomunicaciones, informática, aeronáutica...). Los problemas tecnológicos relacionados con el medio ambiente atraen de manera similar a los estudiantes de ambos sexos.

Centrándose en las nuevas tecnologías, y más concretamente en la informática, Gastaudi (1991) ha informado de una experiencia de investigación-acción, realizada con estudiantes de séptimo curso de la anterior EGB, que partía del supuesto (confirmado en el estudio) de que las alumnas tienen peor actitud que los alumnos hacia la tecnología, participan menos en las actividades tecnológicas y se sienten menos motivadas a hacerlo por estereotipos sociales que nacen en los entornos familiar y social y se refuerzan en el ámbito escolar. Entre las principales conclusiones del estudio se señala que la participación efectiva de las alumnas en tareas escolares relacionadas con las nuevas tecnologías sólo será posible si se hace un esfuerzo de coeducación por parte de toda la comunidad educativa (familiares, profesorado y alumnado), el cual debe completarse con un trabajo de orientación escolar y profesional encaminado a aproximar a las alumnas al campo tecnológico.

Alonso (1991) ha hecho diversas observaciones oportunas, señalando algunas estrategias dentro de las líneas ya apuntadas para coeducar en el uso de las nuevas tecnologías. Por su parte, Soneira (1991) también ha elaborado una propuesta para la coeducación en dicha área. En su trabajo profundiza sobre la presencia de la mujer en la historia de la informática con la intención de dar una visión menos sexista y más humanista del desarrollo tecnológico. Asimismo, reflexiona sobre la

evolución de la situación de las mujeres en los estudios y empleos relacionados con las nuevas tecnologías; por último, expone algunos aspectos a tener en cuenta en el aula destinados a modificar la situación actual.

Instrumentos

Para el estudio se utilizarán varios instrumentos. En primer lugar, una prueba que mida el nivel del conocimiento de los estudiantes en el uso de la tecnología para el cálculo. De igual manera, los programas tecnológicos que faciliten la enseñanza del cálculo diferencial. Se administrarán pruebas cortas todas las semanas en las cuales tengan que utilizar tecnologías. Los exámenes de la clase se impartirán finalizada cada unidad. Calculadoras gráficas, hojas de problemas especiales y pruebas especiales sobre aplicación de tecnologías en el cálculo diferencial. La evolución del pensamiento tecnológico y su complejidad creciente, sumados al interés de optimizarlo con propósitos aplicativos, genera la necesidad de enseñarlo no propiamente como pensamiento tecnológico sino como manualidad técnica; primero como transmisión de la experiencia de generación en generación y segundo, como conocimiento formalizado, como lo ilustra la investigación. En el sistema educativo alemán no existe un concepto global que comprenda y explique la complejidad que alcanza la estructura de la educación tecnológica donde se integren las áreas no técnicas, los diferentes tipos de conocimiento especializados en tecnología y los subcomponentes como los sistemas tecnológicos, los métodos de pensamiento, los métodos de pensamiento sobre el uso de la tecnología y las consecuencias en la sociedad y el medio ambiente. A pesar de todo, con esta estructura se buscan como objetivos el desarrollo de competencias para la apropiación del conocimiento, como se ilustra en el siguiente texto: Competencia en el manejo de conocimiento: Esta se logra al impartir a los alumnos conocimiento tipo, tanto estructural como funcional, acerca de los aparatos y procesos técnicos. Competencia en los métodos: Es reconocida al usar formas de pensar y trabajar de manera tecnológica específica en las clases, tal como ocurre en el campo de la tecnología al desarrollar, inventar y producir procesos. Competencia para evaluar y valorar: Dentro del área de las operaciones

técnicas, el estudiante tiene que aprender a valorar y cuestionar críticamente el desarrollo, la producción y uso de la tecnología considerando aspectos económicos.

Diseño

La primera prueba consta de 20 ejercicios en los cuales el estudiante tiene que utilizar tecnología aplicada al cálculo diferencial para resolverlos. Las pruebas cortas están diseñadas con cinco ejercicios de aplicación sobre la administración y la economía los cuales serán resueltos con el uso de la tecnología. Los exámenes serán ejercicios de la clase de cálculo diferencial. Las calculadoras que se utilizará será la Texas Instrument 84 (TI 84) o cualquier otra con la modalidad gráfica. Las pruebas con problemas especiales serán problemas de aplicación de los impartidos en la clase.

De manera simultánea, haciendo referencia a la descripción que hace la Dra. Pilar Folgueiras Bertomeu (2009) acerca de la observación como una estrategia cualitativa de recogida de información, en la presente investigación se llevó a cabo observación selectiva cuyo objeto de atención fue el análisis e interpretación de la realidad y específicamente de la Metacognición y su presencia (evidente) en el aula de clases durante la aplicación de los instrumentos tecnológicos y la prueba antes descrita. Para la planificación del proceso de observación se tuvo en cuenta que se debía centrar en el comportamiento de los estudiantes durante la solución de situaciones matemáticas y el inevitable surgimiento de dificultades de aprendizaje, y las técnicas de registro abiertas como los videos y los anecdotarios que servirían como posterior insumo de análisis. La observación fue realizada abiertamente, pues al inicio de cada sesión se les dejó explícito a los participantes el propósito del trabajo y la manera como se llevaría a cabo el posterior análisis, de esta forma ellos sabían de la presencia de cámaras de video y de las notas constantemente registradas por parte del investigador.

Procedimiento

Para la recopilación de los datos en el Estudio se seguirá el siguiente procedimiento. Primeramente, se comenzará midiendo el nivel de los estudiantes en el uso de la tecnología para resolver los problemas del cálculo diferencial. Dicha información se utilizará para preparar el plan de enseñanza para el estudio. Se impartirá la enseñanza del uso de la tecnología para el cálculo diferencial y luego será medido constantemente con pruebas, exámenes y prueba especial. Una vez se hayan administrado todos los medidores se procederá al análisis de los datos, los cuales producirán el nuevo modelo de enseñanza.

La formación de científicos e ingenieros con altos conocimientos tecnológicos que agregan valor a la industria y la economía, producto de su formación inicial y complementada con estudios superiores en el exterior, permite trabajar proyectos reales en los que se crean nuevas empresas y forma estrechos lazos con empresas creadas en los diversos países donde estudiaron y trabajaron. En estas empresas se desarrollan productos innovados, están siempre cerca del mercado, enfocados en él y dirigidas hacia él.

Análisis de datos

Según, Ader (2008) el **análisis de datos** es un proceso de inspeccionar, limpiar y transformar datos con el objetivo de resaltar información útil, lo que sugiere conclusiones, y apoyo a la toma de decisiones. El análisis de datos tiene múltiples facetas y enfoques, que abarca diversas técnicas en una variedad de nombres, en diferentes negocios, la ciencia y los dominios de las ciencias sociales. Data se colecciona y la analiza para preguntar cuestiones, probar conjeturas o probar la invalidez de teorías

Los datos de la investigación serán analizados con estadística descriptiva, serán presentados en gráficas y tablas de frecuencias. De igual forma, la secuencia de progreso será graficado y mostrado en modelos estructurales que servirán de ilustración para ser utilizados por los lectores u otros investigadores.

Cronograma de las principales Etapas y Actividades de la Investigación

Actividades	Meses
Ajustes a la propuesta	Enero
Ubicar el material y Organizarlo	Enero
Analizar el material y poner en práctica el modelo	Febrero
Analizar el material y elaborar el modelo	Marzo
Elaborar marco teórico con la creación del nuevo modelo	Marzo
Elaborar el informe final	Abril
Entrega del informe final	Mayo

CAPITULO IV

HALLAZGOS

Preámbulo

En este capítulo se presentarán los hallazgos de la investigación realizada, los mismos serán mostrados en tablas y gráficas que serán explicados para un mejor entendimiento del lector. Se presentarán las herramientas más importantes en la tecnología que sirve para la enseñanza del cálculo Diferencial.

La confluencia de la tecnología y las estrategias de enseñanza no debería dejarse al azar, debido a que la coherencia e integración de sus partes incrementa la probabilidad de aprendizaje del estudiante. Durante este modelo de cursos, la selección de la estrategia de enseñanza repercute, de manera determinante, sobre la dinámica de los mismos. Cálculo es la base del currículum de estudios de ciencia e ingeniería. Es generalmente reconocido en una investigación en educación matemática que existen muchos problemas en la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo y que la calidad de la enseñanza y el aprendizaje pueden ser mejorados.

Los profesores para lograrlo normalmente emplean con entusiasmo las tecnologías en su práctica y uno de esos esfuerzos es usar un CAS en dicho proceso (Wu, 2004). Por otra parte, son numerosas las publicaciones sobre tareas y conceptos a desarrollar en estudios mediante el uso de CAS, lo que facilita su enseñanza y, sobre todo, contribuye a mejorar el aprendizaje. Entre otros logros constatados, se consigue que conceptos abstractos que presentan dificultades especiales para los alumnos resulten mucho más accesibles y fáciles de comprender. Además, se logra un incremento en la motivación y una mejora en la actitud hacia las Matemáticas (Cretchley y Galbraith, 2002; Camacho y Depool, 2002; Kempinski, 2002). En otro sentido, se han registrado ciertas modificaciones en el desarrollo de las clases, como, por ejemplo: cuando no se utiliza un CAS el profesor suele acaparar todo el protagonismo, mientras que con su uso aumenta la participación, la actividad autónoma de los alumnos (Nocker, 1998) y las relaciones entre ellos, adquiriendo un mayor protagonismo en la construcción de conocimientos (Schneider, 2000). Por último, debido a la interactividad potencial de este tipo de herramientas, se consigue un nivel de abstracción superior en la resolución de problemas matemáticos

(Albano y Desiderio, 2002), lo que supone, evidentemente, un logro didáctico importante. Este trabajo cuyo propósito fundamental es obtener una aproximación al estado de la cuestión sobre el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo, pretende poner los cimientos para la búsqueda y desarrollo de estrategias y con un modelo particular para la enseñanza del mismo.

Tabla 01: *Género*

Genero	cantidad	Por ciento
Masculino	15	50 %
Femenino	15	50%

La tabla 01 muestra que el género estaba compuesto por unas 15 mujeres que representan el 50% de la población y 15 hombres que representan el 50% de la población. Lo cual presenta una población homogénea donde se tiene la misma cantidad poblacional por género.

Tabla 02: *Dominio de Tecnología por la prueba preliminar*

tecnología	número	por ciento
wólffram	15	50%
symbolab	12	40 %
latex	9	30 %
geoalgebra	12	40%
calculadora gráfica	24	80%
computadoras gráficas	21	70%

Nota: (se pueden mostrar dominios repetidos, un estudiante puede tener dominio en varias tecnologías)

La tabla 02 muestra el dominio de los estudiantes en la prueba preliminar general. La misma resultado que un 50% domina el método Wolfram, un 40% symbolab, un 30% latex, un 40% geogebra, un 80% la calculadora gráfica y un 70% las computadoras gráficas.

Tabla 03: *Dominio de la unidad de límite con el uso de tecnología*

Tecnología	Número	Por ciento
wólffram	3	10%
symbolab	12	40%
latex	10	33%
geoalgebra	12	40%
calculadora grafica	15	50%
Computadoras graficas	21	70%

La Tabla 03 representa el nivel de dominio de los estudiantes en la unidad de límite con el uso de la tecnología. En la misma se encontró que un 10 % dominaba el wólffram, un 40% symbolab, un 33% el látex, un 40% el GeoGebra, un 50% la calculadora gráfica y un 70% las computadoras gráficas.

Tabla 04: *Dominio de la Unidad la derivada con el uso de la tecnología*

Tecnología	Número	Por ciento
wólffram	20	67%
symbolab	12	40%
látex	20	67%
geo álgebra	12	40%
calculadora grafica	15	50%
Computadoras graficas	24	80%

La tabla 04 muestra el nivel de dominio de los estudiantes en la unidad de la derivada con el uso de la tecnología. Un 67% domina wólffram, un 40% symbolab, un 67% látex, un 40% GeoGebra un 50% calculadora gráfica y un 80 % las computadoras graficas.

Tabla 05: *Dominio de la Unidad máximos y mínimos con el uso de la tecnología*

Tecnología	Número	Por ciento
wólffram	10	33%
symbolab	12	40%
latex	21	70%
geoalgebra	22	74%
calculadora grafica	25	83%
computadora grafica	27	90%

La tabla 05 muestra el nivel de dominio del máximo y mínimos con el uso de la tecnología. En la cual un 33% domina el método tecnológico de Wolfram un 40% el symbolab, un 70% el latex, un 74% el geogebra, un 83% la calculadora gráfica y un 90% la computadora gráfica.

Tabla 06: *Dominio de la Unidad de gráficas con el uso de la tecnología*

Tecnología	Número	Por ciento
wólffram	21	70%
symbolab	12	40%
latex	20	67%
geoalgebra	12	40%
calculadora grafica	15	50%
Computadoras graficas	24	80%

La Tabla 06 muestra el nivel de dominio de la unidad de graficas con el uso de la tecnología. En la misma un 70% domina el método Wolfram, un 40% el symbolab, un 67% el latex, un 40% el geogebra, un 50% la calculadora gráfica y un 80% las computadoras graficas.

Tabla 07: *Dominio de la Unidad las aplicaciones a la administración y economía con el uso de la tecnología*

Tecnología	Número	Por ciento
wólffram	21	70%
symbolab	28	93%
latex	24	80%
geoalgebra	12	40%
calculadora grafica	18	60%
computadoras graficas	27	90%

En la Tabla 07 se muestra el dominio de los estudiantes en la unidad de aplicaciones a la administración y economía con el uso de la tecnología. El 70% demuestra dominio con wólffram, un 93% con symbolab, 80% con latex, 40% con geogebra, 60% domina la calculadora y un 90% mostró dominio con la computadora gráfica.

Tabla 08: *Dominio de la Unidad Integración con el uso de la tecnología*

Tecnología	Numero	Por ciento
wólffram	21	70%
symbolab	18	60%
latex	20	67%
geoalgebra	15	50%
calculadora gráfica	15	50%
computadoras gráficas	24	80%

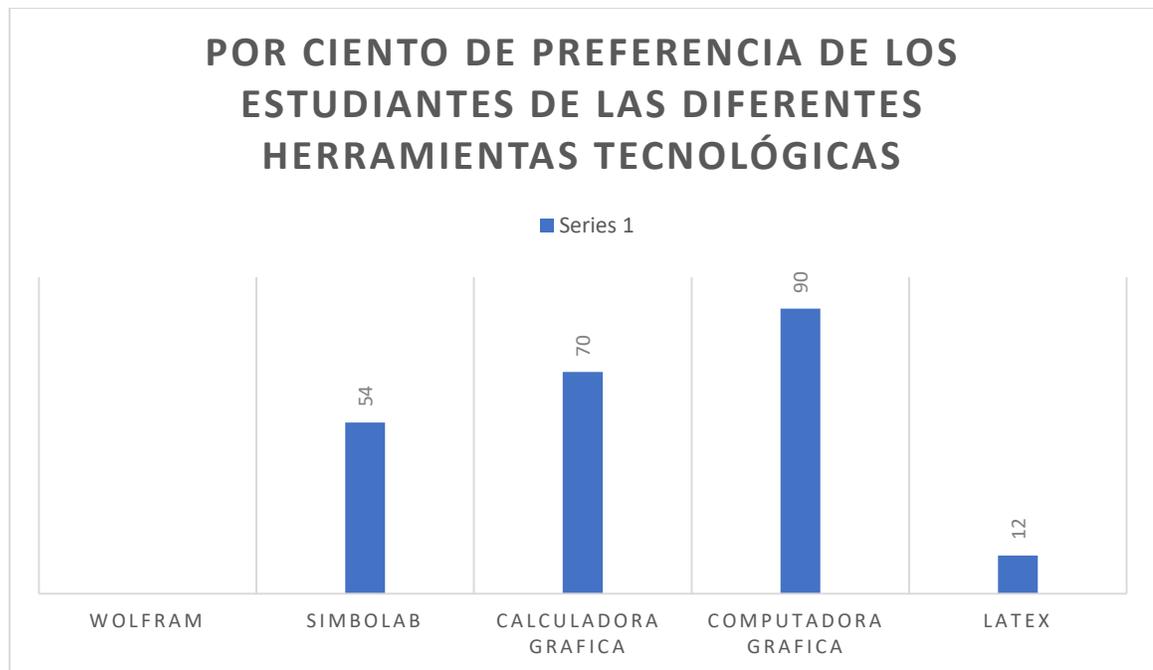
La tabla 08: muestra los por cientos de dominio en la unidad de integración con el uso de la tecnología. Donde el 70% domina wólffram, 60% symbolab, 67% latex, 50% geogebra, 50% calculadora gráfica, 80% la computadora gráfica.

Tabla 09: *Dominio de la Unidad de aplicación de Integración a la administración y la economía con el uso de la tecnología*

Tecnología	Número	Por ciento
wólffram	20	67%
Symbolab	12	40%
latex	20	67%
geoalgebra	12	40%
calculadora gráfica	15	50%
Computadoras gráficas	24	80%

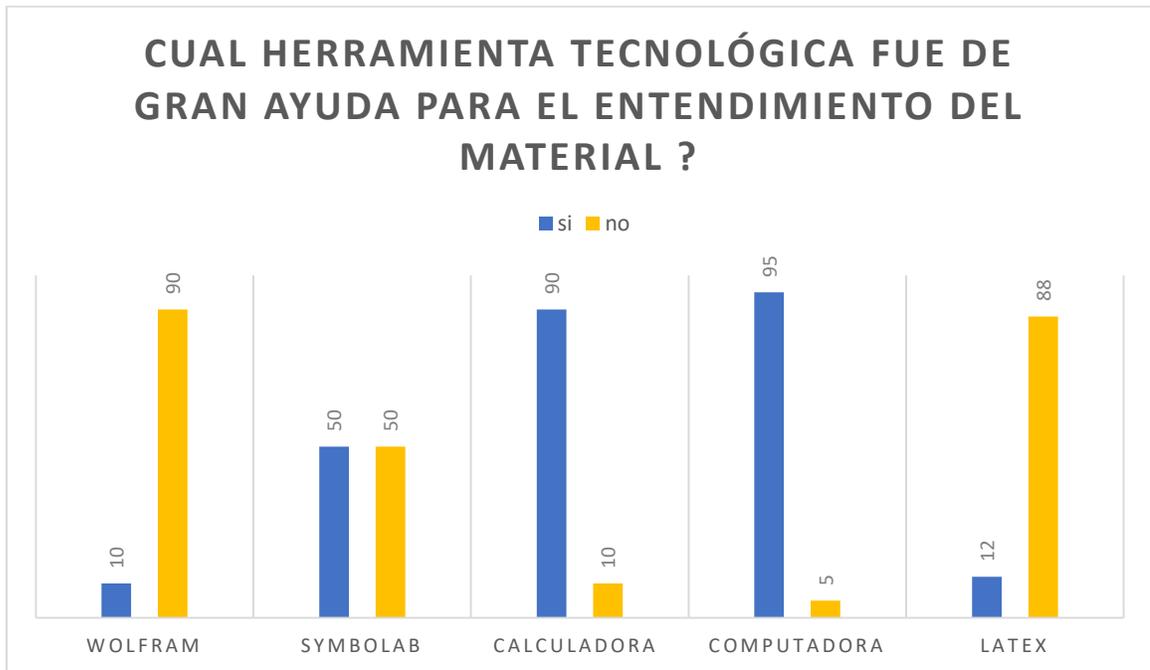
La tabla 09 muestra el dominio de la unidad de aplicación de la integración a la administración y la economía con el uso de tecnología. Mostró que un 67% domina wólffram un 40% symbolab, un 67% latex, un 40% geogebra, un 50% la calculadora gráfica y un 80% las computadoras gráficas.

Gráfica 01: *Por ciento de preferencias de los estudiantes de las diferentes herramientas tecnológicas*



La gráfica 01: muestra las preferencias de los estudiantes hacia las diferentes herramientas tecnológicas. Un 54% prefiere symbolab, un 70% a calculadoras gráficas, un 90% a las computadoras gráficas y un 12% a la tecnología latex.

Gráfica 02: Cual herramienta tecnológica fue de gran ayuda para el entendimiento del material.



La grafica 02 muestra el nivel porcentual de ayuda que tuvo las herramientas tecnológicas para los estudiantes en el color azul se marca el sí y en el color amarillo el no. Wólfram un 10% dijo entender con la herramienta wólfram un 90% dijo que no. En symbolab un 50% marco que si entendía y un 50% dijo que no. Con la calculadora un 90% dijo que si entendía y un 10% dijo que no. En computadora un 95% dijo que si y un 5% indicó que no. Con el uso de látex un 88% indicó que no y un 12% indicó que sí.

Gráfica 03: *¿Las aplicaciones a la administración y la economía te ayudaron a entender el cálculo diferencial?*



La gráfica 03 recoge la opinión general si el uso de las herramientas tecnológicas les ayudó a los estudiantes a entender el cálculo diferencial. El color azul marca que un 90% indicó que la tecnología le ayudo a entender el cálculo diferencial y el color anaranjado marca que un 5% dijo que no y el color gris marca que un 5% dijo que bastante.

CAPITULO V

MODELO PROPUESTO

Preámbulo

En este capítulo se presentará el Modelo Curricular para la enseñanza del Cálculo Diferencial aplicado a la administración y la economía con el uso de la tecnología. El mismo fue construido de acuerdo con los intereses, fortalezas, debilidades y preferencias de los estudiantes presentados en el Capítulo IV de dicho Estudio. Dicho modelo, se presentará en cinco partes principales las cuales ayudarán a los maestros a enseñar mejor el Cálculo Diferencial con el uso de la tecnología ajustado para cada Unidad y tema en el cálculo.

MODELO CURRICULAR

1ra. Diagnóstico de problemas y necesidades.

Para un mejor entendimiento del grupo de estudiantes que atenderá el profesor de matemáticas es importante tener un conocimiento real de las necesidades y problemas que tiene el estudiante en el área. El maestro debe obtener esta información con pruebas diagnósticas, verbalización de problemas para entender la profundidad del vocabulario que posee el estudiante. Ya que el vocabulario será una de las fuentes principales para entender la materia. Se enfrentará al estudiante todos los sistemas tecnológicos para el área de matemáticas. Estos serán wólfram látex calculadora gráfica. En este estudio se encontró que los estudiantes tenían poco dominio en el área de la tecnología y los nuevos sistemas para resolver problemas de derivadas $\frac{dy}{dx}$, optimización (máxima y mínima), tráfico $y = f(x)$ y antiderivadas $\int_a^b f(x)dx = ?$

Una vez obtenidos los resultados del conocimiento de los estudiantes en cada una de las herramientas tecnológicas se decidió determinar el nivel porcentual de conocimiento con su ejecución en el desarrollo del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía. Se enriqueció el vocabulario matemático de los estudiantes y se comenzó la etapa de aplicaciones que serían resueltas con los programas tecnológicos de wólfram, calculadoras graficas látex labmath, GeoGebra geometry y computadoras graficas.

Una vez obtenida la información se crearán los mini laboratorios donde se refuerza el proceso de enseñanza de los procesos tecnológicos y sus aplicaciones.

Las dificultades en las matemáticas son profundas y pueden tener consecuencias de por vida. Principalmente, estas habilidades se desarrollan antes del primer grado y son altamente predictivas en los logros y dificultades en este aprendizaje. Así, las predicciones tempranas apoyan de forma significativa y sustentable el rendimiento de las aplicaciones matemáticas y computación al final del tercer grado. Las habilidades matemáticas simbólicas asociadas a las relaciones de los números enteros y las operaciones son particularmente importantes. El número de competencias depende de las habilidades en el lenguaje (por ejemplo, el saber el nombre de los números), así como el conocimiento cuantitativo y espacial (combinar y separar conjuntos). Aunque hay pocos resultados para niños y niñas de bajos ingresos, que para quienes tienen ingresos medios a largo plazo, el rendimiento en matemáticas puede ser moderado al identificar estas habilidades tempranamente, para que no resulte ser una desventaja su condición, y se sugiere que se enfatice en toda la trayectoria durante la primaria.

2da. Modelación del currículo

En la etapa de modelación del currículo estableceremos los temas y la herramienta tecnológica que mejor se aplica a cada uno de los temas. En los mismos temas se crearán unas tareas de laboratorio que será n aplicadas a las herramientas tecnológicas. (Barrera & Santos, 2001). Investigar y documentar el proceso de interacción del estudiante con las herramientas tecnológicas cuando resuelve problemas, observando aspectos relacionados con su uso, las representaciones que emplea, el tipo de conjeturas y conclusiones que obtiene, proporciona argumentos para identificar qué tipo de actividades son las que se tienen que plantear para alcanzar una mayor comprensión de los conceptos matemáticos, así como identificar las ventajas y desventajas que se presentan al trabajar con estas herramientas. Tradicionalmente las evaluaciones, tareas y discusiones de la clase de matemáticas se realizan enfatizando en el manejo de reglas algebraicas, cuyo dominio “muestra la comprensión o no” de cierto contenido. Cuando se enfrenta a los estudiantes a situaciones que no dependen de una formulación simbólica (como gráficas, tablas, aproximaciones) o que no representa un “ejercicio típico”, siempre tratan de reducir el

problema a una expresión Gamboa R. 10 algebraica, fracasando o teniendo mucha dificultad en el proceso de solución. Esto debido a que los profesores introducen los temas bajo dicho enfoque, sin utilizar otras representaciones para un concepto o distintas técnicas de resolución, y esperan que los estudiantes los comprendan; mientras que estos gastan muchas horas dominando las reglas y aplicándolas para resolver ejercicios. La introducción de la tecnología en el salón de clases ha cambiado la forma en que se lleva a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A diferencia del enfoque algorítmico que se le ha dado a la enseñanza de esta disciplina, ésta se puede desarrollar ahora en un ambiente de descubrimiento y reflexión.

Tema	Herramienta tecnológica
Hallar el límite de una función	Calculadora gráfica y symbolab
Hallar los límites laterales	Wolfram calculadora gráfica y Latex
Límites al infinito en una función	Geoalgebra, symbolab y latex
Límites de funciones logarítmicas	Calculadora gráfica y Wolfram

La derivada

Derivadas de funciones Polinómicas	Calculadora y symbolab
Máximos y mínimos	Latex y calculadora
Graficación con el uso de derivadas	Symbolab, calculadora y latex
Aplicaciones de la derivada	Wólfam y symbolab
Aplicaciones económicas	symbolab
Aplicaciones a la administración	symbolab
Segunda derivada	Calculadora gráfica
Derivadas de orden superior	Calculadora y symbolab

Integración

El integral	Symbolab, calculadora y Latex
La integración con intervalos	Symbolab y latex
Integración con logaritmos	Wólffram y geogebra
Aplicaciones del integral a la administración	Calculadora, symbolab, latex y geometry pack
Aplicación de la integral a la economía	Geometry pack, symbolab y latex

3ra. Estructuración curricular del Modelo

En la estructuración curricular se establecerá el orden secuencial de los temas con tiempo para que el maestro pueda llevar el orden de tiempo y tarea en la enseñanza del cálculo diferencial.

El Límite

Hallar el límite de una función	1.5 horas
Hallar los límites laterales	1.5 horas
Límites al infinito en una función	1.5 horas
Límites de funciones logarítmicas	1.5 horas

La Derivada

Derivadas de funciones Polinómicas	1.5 horas
Máximos y mínimos	1.5 horas
Graficación con el uso de derivadas	2 horas
Aplicaciones de la derivada	2 horas
Aplicaciones económicas	2 horas
Aplicaciones a la administración	2 horas
Segunda derivada	1.5 horas

Derivadas de orden superior 1.5 horas

El Integral

El integral	1.5 horas
La integración con intervalos	1.5 horas
Integración con logaritmos	1.5 horas
Aplicaciones del integral a la administración	2 horas
Aplicación de la integral a la economía	2 horas

En las áreas de aplicaciones a la administración y la economía, el profesor debe dedicar más tiempo pues las aplicaciones conllevan más tiempo en su ejecución y explicaciones.

4to. Organización para la puesta en práctica del Modelo

Esta tarea consiste en prever todas las medidas para garantizar la puesta en práctica del proyecto curricular. Es determinante dentro de esta tarea la preparación de los sujetos que van a desarrollar el proyecto, en la comprensión de la concepción, en el dominio de los niveles superiores del diseño y del propio y en la creación de condiciones. Para que el profesor de cálculo pueda llevar a cabo este proyecto es importante que a través de pruebas diagnósticas en cuanto a la tecnología y al cálculo diferencial aplicado a la administración. Todo profesor debe comenzar por conocer qué tipo de estudiante tiene dentro del salón de clases. Se entiende que a través de un diagnostico se podría tener una gran idea del tipo de alumno. A su vez se comienza un proceso de ir llevando las aplicaciones de manera rutinaria conjuntamente con los métodos tecnológicos para poder resolverlos. El estudiante tiene que utilizar el método tecnológico para poder resolver y descubrir las fórmulas que lo ayudarán a resolver el mismo. Por obligación el alumno tiene que usar métodos tecnológicos que lo ayuden a enfrentarse a los problemas. Puede

combinar estos métodos y herramientas tecnológicas las cuales le darán una gran diversidad y enriquecimiento en el aprendizaje.

5ta. Diseño de la evaluación curricular del Modelo.

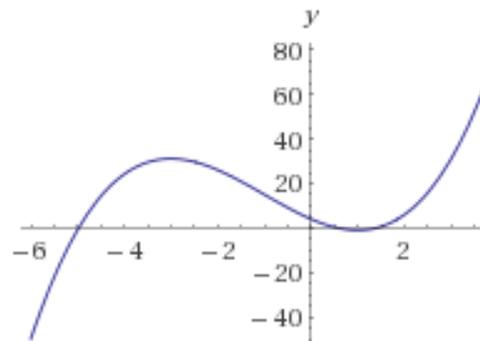
Todo el curso será dividido en unidades las cuales tienen secciones de aplicación y tecnología integrada en su aprendizaje. Serán por una distribución de tiempo exacta que será evaluada por el maestro en el salón de clases. A su vez se impartirán una serie de procesos evaluativos de assessment en cada uno de los temas y al finalizar la unidad tendrán dos exámenes de evaluación uno de diseño computacional y otras aplicaciones con tecnología en cada unidad tendrán que utilizar lo antes aprendido y funcionará con un modelo espiral en el aprendizaje. El estudiante tendrá la oportunidad de auto evaluarse para mantener un constante aprendizaje en su desarrollo. De igual manera se espera que sirva para que el estudiante sea investigativo en sus aplicaciones y pueda desarrollar a su vez unos formatos los cuales aplicara en el mundo del trabajo en algún campo futuro.

La tecnología de los CAS está fácilmente disponible para los grandes ordenadores desde principios de los años setenta y en microcomputadoras desde comienzos de los años ochenta y que actualmente también es accesible para las calculadoras de mano, fácilmente disponibles para los estudiantes (Kendal, 2001). Gracias a sus capacidades numéricas, algebraicas y gráficas, los programas con sistema CAS permiten nuevos enfoques en la enseñanza, aprendizaje y en la comprensión de las Matemáticas, resolver problemas que requieren cálculos extensos y laboriosos “apretando” una tecla y eliminar el aspecto más tedioso de muchos cálculos matemáticos. Dejando a estos programas los aspectos mecánicos y los algoritmos de la resolución de problemas, los estudiantes pueden concentrarse en el significado de los conceptos matemáticos, facilitando así la comprensión y desarrollo de tales conceptos.

Ejemplificación en el diseño del Modelo Curricular para los profesores.

Ejemplo 1: La ecuación Ganancia en una compañía está dada por la ecuación:
 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 4$ Hallar los intervalos de ganancia máxima y mínima de la siguiente. En este caso es mucho más fácil usar un graficador.

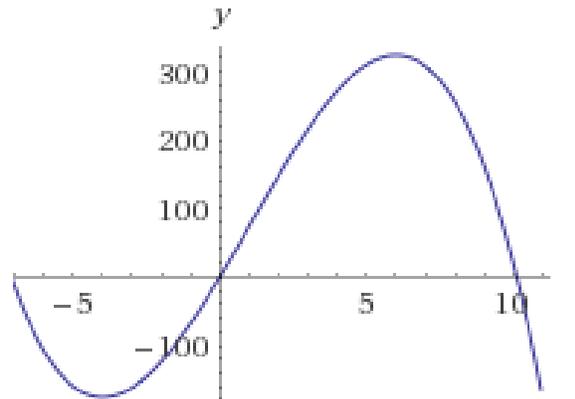
gráfica 1: se realiza la gráfica para hallar la ganancia máxima o mínima usando el graficador Wólffram



La siguiente gráfica muestra que existe una ganancia máxima en los intervalos $[-5,0]$ y mínima en el intervalo $[1,2]$.

Ejemplo 2: La ganancia total de $P(x)$ (en miles de dólares) por la venta de x unidades de medicamentos está dada por $P(x) = -x^3 + 3x^2 + 72x$; en $(0 \leq x \leq 10)$

Gráfica 2: La gráfica maestra donde se encuentra la ganancia máxima usando el Graficador wólfram



La gráfica muestra que en el punto (5,300) está el punto máximo de la gráfica lo que implica que al vender 5 unidades de medicamentos obtiene una ganancia máxima de 300 mil dólares

Aporte Epistemológico:

El haber creado un Modelo Curricular para la enseñanza del Cálculo Diferencial aplicado a la administración y la economía da un marco referencial de donde el profesor tiene que partir para desarrollar su práctica metodológica de enseñanza de dicha materia. Las teorías y métodos propios de la Didáctica de las Matemáticas, así como sus diferentes áreas de estudio, respaldan el planteamiento de proyectos de investigación encaminados a la construcción o mejoramiento de modelos para la enseñanza y aprendizaje. En este marco, parece pertinente plantear una propuesta metodológica que implique el cambio en la forma tradicional de orientar la enseñanza del curso por lo cual se orienta a la enseñanza con las fuentes tecnológicas que hoy en día respaldan dicha materia.

La aplicación de este Modelo Curricular basados en el uso de la tecnología y aplicaciones , como un híbrido se emplearon, para la resolución de problemas, mediante una estrategia didáctica para la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral en una variable (Cálculo I), con resolución de problemas inherentes a su área profesional, de modo que el estudiante se sienta motivado a estudiar las matemáticas con profundidad y organice sus conocimientos mediante una estructura lógica, Interrelacionando las asignaturas en forma vertical y horizontal. La estrategia didáctica que se plantearon en este trabajo, consistieron en la elaboración de unidades temáticas como alternativa metodología con el uso de tecnología , así como un proceder generalizado para llevar a cabo la resolución de problemas en general mediante las técnicas de solución adaptadas para la asignatura de Cálculo I, de modo que el proceso enseñanza aprendizaje garantice las componentes funcionales de toda actividad como: la parte motivadora, la orientadora, la ejecutora y la de control, que sistematiza y generaliza el resultado de la investigación con el objeto de estudio.

RESULTADOS

Al aplicar las metodologías descritas se encontró que el estudiante puede entender y analizar el Cálculo Diferencial cuando este se enseña con aplicaciones al mundo contemporáneo. En este caso las aplicaciones a la administración y la economía y el análisis hecho con el uso de los diferentes graficadores ayudaron a entender y analizar el resultado del problema. A su vez se encontró que el uso de la tecnología como fuente de ayuda en el proceso enseñanza aprendizaje resulta una herramienta efectiva en la medida que los ayude a desarrollar los niveles de pensamiento de memoria análisis y aplicación. De igual manera, como resultado de dicha investigación se pudo crear un modelo curricular para la enseñanza del Cálculo Diferencial con el uso de la tecnología

Beneficios de la tecnología en educación:

- **1. Colaboración:** animan a los estudiantes a expresarse y relacionarse con otros compañeros ya sea de cursos presenciales o virtuales, lo que permite aprender de forma interactiva y sin depender de encontrarse en un lugar determinado. Para

llevar a cabo un trabajo académico, ya no es necesario que un grupo de estudiantes se reúnan personalmente para realizarlo, puesto que pueden **realizar trabajos colaborativos**.

- **2. Optimización del tiempo:** tanto los docentes como los estudiantes pueden reducir el tiempo en que realizan sus actividades, ya que pueden ser más eficientes. En caso de los académicos, estos puedan dedicar más tiempo a su propia formación, lo que a largo plazo no solo les beneficiará a ellos sino a sus alumnos.
- **3. Flexibilidad y capacidad de adaptación en el aprendizaje:** los estudiantes más aventajados pueden tener a su disposición contenidos adicionales y aquellos que necesiten un refuerzo, pueden recurrir a materiales de apoyo.
- **4. Mayor comunicación con los alumnos:** las tecnologías han fomentado la comunicación entre los docentes y los estudiantes mediante entornos virtuales de las asignaturas.
- **5. Reducción de costos:** el uso de las nuevas tecnologías en educación permite la reducción de costos. No es necesario material gráfico y todo se puede hacer a través de un programa.
- **6. Datos enriquecidos:** Se puede entregar una formación de mejor calidad a los estudiantes, ya que se pueden reunir más elementos y mostrar más miradas sobre una determinada materia.
- **7. Exploración:** Las nuevas tecnologías permiten que los estudiantes satisfagan su interés de conocimientos por áreas desconocidas para ellos, auto proporcionándose nuevos conocimientos.

Contestaciones a las preguntas de investigación y conclusiones del Estudio.

Pregunta Principal

- 1) ¿La efectividad del uso de la tecnología en la enseñanza del Cálculo Diferencial aplicado a la economía y la administración en el proceso de aprendizaje del estudiante?

El estudio demostró que el uso de la tecnología mejoro el proceso de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes que tomaban el curso de métodos cuantitativos. El 90% de estos señalo que el uso de la tecnología les ayudo a entender y poder aplicar el cálculo diferencia a la economía y la administración. Herramientas como la calculadora y la computadora en las gráficas y los métodos del máximo y mínimo fueron los porcentajes más altos en términos del entendimiento del estudiante sobrepasando en ambos casos el 85%. Una aplicación en términos del aprendizaje ayudo grandemente a que los estudiantes mediante la puesta en práctica de los conceptos como señala Dewey que se aprende haciendo. De igual manera como plantea Ausubel el aprendizaje por descubrimiento fue una herramienta pedagógica de gran ayuda para los estudiantes.

En Cálculo, la representación gráfica o visual juega un papel de suma importancia en la comprensión de conceptos y es ahí donde el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de dicha asignatura se percibe en primera instancia como una herramienta poderosa, debido a que con el uso de otros recursos materiales resulta muy complicado, por un lado, representar con lujo de detalle el comportamiento de funciones y por el otro, representar objetos matemáticos de tres dimensiones. Por otra parte, en Ortiz, Rico y Castro (2008) se menciona que el análisis curricular parte de una estructura teórica fundamentada en las cuatro dimensiones siguientes: conceptual, cognitiva, formativa y social y que dicha teoría considera que el conocimiento didáctico de los temas matemáticos debe fundamentarse en los sistemas de representación, la modelización, los errores y dificultades, la fenomenología, la historia de las matemáticas y los materiales y recursos. En este apartado, se habla entre otros elementos, de la importancia de los sistemas de representación y de los materiales y recursos; y es a nuestro modo de ver donde el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza del cálculo tiene sentido dentro del

contexto del diseño de metodologías innovativas de enseñanza que repercutan en un aprendizaje efectivo en nuestros alumnos. La tecnología es vista como una poderosa herramienta para las representaciones porque apoyan la comunicación y el razonamiento, además de que ha logrado que la participación humana ya no sea requerida para la ejecución de un proceso de cálculo numérico o simbólico. Existen muchas investigaciones que nos muestran de manera contundente que los estudiantes de diferentes niveles educativos tienen una gran resistencia a utilizar diferentes representaciones que podrían ayudarlos tanto en la construcción de conocimiento matemático como en la resolución de problemas (Hitt, 2003), y es sabido por todos que una de las aplicaciones del cálculo es la resolución de problemas. Los artículos que sirvieron de marco para este estudio comprueban que actualmente el proceso de enseñanza y aprendizaje en la asignatura de Cálculo no es ajeno a los beneficios que traen consigo el diseño y aplicación de estrategias de enseñanza-aprendizaje con el uso de nuevas tecnologías.

EL Estudio reveló que la tecnología, a pesar de ser una herramienta importante en el proceso enseñanza aprendizaje tiene que estar acompañada de una pregunta principal o búsqueda de un resultado para un mayor entendimiento del procedimiento. Al utilizar problemas de aplicación conduce a que la herramienta tecnológica realmente sea de ayuda. Pues es efectiva para descubrir y entender los procesos y aplicación de las fórmula y reglas del Cálculo Diferencial.

Una vez realizado y analizados los hallazgos del estudio se presentan las siguientes conclusiones las cuales ayudaran a enmarcar el objetivo principal y para aquellos que quieran continuar estudios en el Cálculo Diferencial.

- 1) La tecnología es una herramienta fundamental en la enseñanza del cálculo diferencial para que exista un aprendizaje efectivo en los estudiantes.
- 2) Para que el uso de la tecnología sea efectivo en el aprendizaje de los estudiantes tiene que estar acompañada de elementos de aplicaciones, que obliguen al estudiante a usarla para que de esta manera descubran nuevas formas su propio aprendizaje en el cálculo diferencial.

- 3) Es sumamente beneficioso el uso de diferentes elementos tecnológicos para el aprendizaje del cálculo diferencial aplicado a la administración y la economía, pues le ayuda tanto al maestro como al estudiante a poder comunicarse sobre el nuevo vocabulario en el área de aplicación.
- 4) El modelo curricular sirve como una guía donde el profesor y el estudiante pueden desarrollar otra metodología de estudio donde el análisis y la investigación sean la herramienta principal.
- 5) El profesor debe tener como guía planificadora el modelo del currículo y poder usar la tecnología en todo momento para que el estudiante pueda descubrir los teoremas y algoritmos algebraicos.
- 6) El sistema curricular de la enseñanza del cálculo diferencial debe estar acompañado de todas las herramientas tecnológicas enumeradas.
- 7) Poner en práctica el modelo curricular del uso de la tecnología en el cálculo diferencial aplicada a la administración y la economía el cual tiene los pasos metodológicos para ser implantado por los profesores en el plano individual o cualquier departamento de administración de empresas y economía. El mismo mejorara el proceso de entendimiento de dicha materia y renovara el proceso curricular de la materia del cálculo diferencial.

Objetivo Específico: 1) Crear un modelo curricular el cual ayude a los maestros a enseñar el cálculo diferencial de una manera activa y analítica donde se enfatice y se usa la herramienta principal de la tecnología para provocar el análisis crítico en los estudiantes.

2) Establecer una serie de actividades por temas donde se les recomienda al profesor la manera en que este debe enseñar el cálculo diferencial y las herramientas tecnológicas específicas que debe aplicar para cada uno de las unidades y temas propuestos.

Preguntas Secundarias

1) ¿Cómo el uso de los métodos tecnológicos como el geo álgebra, el symbolab la calculadora gráfica, la computadora y otros ayudan al estudiante a entender los conceptos abstractos del cálculo diferencial?

La investigación demostró que el uso de la tecnología ayuda a entender los conceptos abstractos y comprender mejor las aplicaciones de la materia. Como señala Froudenthal cuando la matemática se enseña en contexto el estudiante irá aprendiendo mejor los conceptos abstractos pues comienza viéndolos de forma concreta y puede ir desarrollando una manera de aprendizaje propio con la ayuda de diferentes fuentes tecnológicas. También se encontró que el estudiante prefiere utilizar los recursos tecnológicos para poder resolver las aplicaciones del cálculo diferencial. De esta manera al descubrir las fórmulas a través del uso de la tecnología permanecen más tiempo en su memoria y no las olvidan. De igual forma aprender aplicarlas al mundo del trabajo y crear nuevos métodos de solucionar problemas con la ayuda de herramientas tecnológicas. Los profesores de cálculo compartimos lo anterior y es por eso que siempre hay que estar a la búsqueda de estrategias de enseñanza que motiven al alumno a profundizar su conocimiento, pues como dice Berry y Nyman (2003), la asignatura de cálculo requiere de una considerable profundidad de conocimientos teóricos y prácticos sobre los cuales construir sus ideas fundamentales y uno de los roles de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es apoyar el esfuerzo de los estudiantes en hacer conexiones entre nuevos conceptos y su conocimiento existente. Uno de los objetivos de la reforma de la educación en cálculo ha sido la habilidad de identificar y representar el mismo concepto en diferentes representaciones: numérica, gráfica y algebraica. Con la disponibilidad de la tecnología (calculadoras gráficas, equipo de registro de datos, ordenador, sistemas algebraicos computacionales), existe la oportunidad para liberar a los estudiantes de la monotonía de la manipulación algebraica y el cálculo numérico y de apoyar

el aprendizaje de las ideas fundamentales (Berry y Nyman, 2003), así como también, de que los estudiantes visualicen las diferentes representaciones mediante los CAS a través de las calculadoras gráficas, o bien, más fácilmente a través de los ordenadores.

- 2) ¿Qué impacto tendrá la tecnología en la enseñanza del cálculo diferencial como fuente pedagógica que lo lleve a un dominio del análisis y el razonamiento mayor que el método tradicional?

La investigación demostró que la tecnología tuvo un gran impacto en el aprendizaje del cálculo diferencial en los estudiantes. El aprendizaje fue mayor y más duradero. El poder comprender los procedimientos y las aplicaciones de las fórmulas con mayor confianza en los estudiantes y los estimula a seguir descubriendo y aprendiendo la ciencia del cálculo diferencial. Al ser motivados a descubrir como planteaba Ausubel el razonamiento será mayor y el análisis con gran profundidad en su entendimiento. Se espera que el estudiante pueda poner en práctica el entendimiento y razonamiento de los algoritmos alcanzados en esta etapa de poder dominar el proceso de mecanización de cómputos y que haya pasado a otra etapa más alta en términos del análisis crítico de su entendimiento. El uso de la tecnología en el espacio educativo permite el uso de herramientas más interactivas y que mantienen la atención de los estudiantes con más facilidad. Además, las redes sociales y las fuentes tecnológicas implican compartir puntos de vista y debatir sobre las ideas, lo que ayuda a que los niños y adolescentes desarrollen un pensamiento crítico en una época en la que sus cerebros se están desarrollando.

Además, los profesores pueden beneficiarse mucho de los avances tecnológicos para hacer su trabajo más atractivo y para ser más eficientes. Muchas actividades de las que forman parte de su rutina diaria se pueden optimizar con la ayuda de aplicaciones y dispositivos informáticos, permitiendo que puedan dedicar más tiempo a su propia formación, lo que a largo plazo no solo les beneficiará a ellos sino a sus estudiantes.

Otra de las ventajas del uso de la tecnología en la educación es su flexibilidad y capacidad de adaptación de cara a que los estudiantes puedan seguir ritmos distintos en su aprendizaje. Los estudiantes más aventajados pueden tener a su disposición contenidos adicionales y aquellos que necesiten un refuerzo, pueden recurrir a materiales de apoyo para reforzar aquello que aprenden en clases.

Usar la tecnología en el entorno académico no es algo nuevo, sin embargo, la forma en la que dicha tecnología se utiliza ha cambiado mucho a lo largo de los años, permitiendo mayor flexibilidad, eficiencia y aprovechamiento de los recursos educativos y ofreciendo una formación de mayor calidad a los estudiantes.

- 3) ¿Qué efectividad tendrá el desarrollo de una nueva metodología pedagógica para ayudar a maestros y a estudiantes a entender los conceptos abstractos del cálculo y poder llevarlos a un proceso de mayor análisis concreto?

Hoy se reconoce la necesidad de una Didáctica centrada en el sujeto que aprende, lo cual exige enfocar la enseñanza como un proceso de orientación del aprendizaje, donde se creen las condiciones para que los estudiantes no solo se apropien de los conocimientos, sino que desarrollen habilidades, formen valores y adquieran estrategias que les permitan actuar de forma independiente, comprometida y creadora, para resolver los problemas a los que deberá enfrentarse en su futuro personal y profesional.

El desarrollar un modelo curricular para que el maestro pueda utilizar la tecnología de forma consiente y bien planificada ayuda al maestro y al estudiante a ser más responsables en su aprendizaje. El modelo tiene unas unidades que están por tiempo por metodología tecnológica apropiada para cada uno de los temas y ajusta al nivel de aprendizaje y aplicaciones de la materia para los alumnos. Este sistema metodológico adelantara la enseñanza del Calculo Diferencial aplicado a la Economía y la Administración. El maestro tendrá las Unidades, las herramientas tecnológicas apropiadas a las unidades y el tiempo razonable para cada unidad en el curso completo. De esta manera el aprendizaje será en contexto

y de manera integrada donde maestro conjuntamente con el estudiante puedan desarrollar un entendimiento común en la materia del Calculo Diferencial aplicado a la administración y la economía.

De igual modo se creará un ser holístico y analítico capacitado a enfrentarse a cualquier situación problemática no importando en el ambiente que este, dicho ser humano tendrá las herramientas que lo capacitan para la realización de un mejor trabajo.

Recomendaciones:

A la luz de los hallazgos y las contestaciones a las preguntas de investigación se recomienda lo siguiente.

- Poner en práctica el modelo curricular del uso de la tecnología en el cálculo diferencial aplicada a la administración y la economía el cual tiene los pasos metodológicos para ser implantado por los profesores en el plano individual o cualquier departamento de administración de empresas y economía. El mismo mejorara el proceso de entendimiento de dicha materia y renovara el proceso curricular de la materia del cálculo diferencial.

- De la comparación entre las ideas que inspiran a todos aquellos que proponen la profundización de los estudios relativos a la tecnología, sobre todo en la educación secundaria, surge que los dos enfoques principales, la corriente CTS que se aproxima a la problemática de la tecnología más desde las humanidades que desde las ciencias físicas y naturales o las técnicas, y la ET que llega a los aspectos ambientales y sociales de la tecnología proviniendo más de las técnicas, y, en ciertos enfoques, de su análisis antropológico, podrían combinarse en una síntesis superadora, con ventaja para ambos enfoques parciales y con plena ganancia para los alumnos, que de ese modo lograrían una visión más integral, a la vez que humanística y tecnológica de la tecnología en todos sus aspectos.

- Para que este modelo pudiese hacerse efectiva con ganancia para los alumnos y para la formación cultural tecnológica de las generaciones futuras, debería darse un debate en profundidad sobre los aspectos estudiados en estas páginas, y otro referido a los contenidos curriculares y a su transposición didáctica. Además del hecho de que este enfoque combinado requiere esfuerzos aún mayores de capacitación de los profesores, los docentes tendrán que ser, en esta disciplina más que en las tradicionales, los guías en un mundo poco conocido que deberán descubrir junto a sus alumnos, dejando tal vez de lado, en ese camino, numerosos preconceptos y prejuicios.
- El mundo evoluciona y la educación también, el modelo actual educativo-aprendizaje a través de libros y una pizarra con tizas ha finalizado. Hace varios años que la tecnología entró con fuerza para mejorar la educación y ahora ya es una parte vital de ella.
- Los niños y adolescentes de hoy en día son nativos digitales y no sería lógico apartarlo de su día a día en el mundo académico. El uso de la tecnología en la escuela hace incrementar el interés de los alumnos en las actividades académicas y ayuda a desarrollar el aprendizaje de los niños.
- El acceso a Internet y a dispositivos tecnológicos (móviles, pizarras interactivas, recursos electrónicos, etc.) tanto en el aula de clase como fuera de ella ha dado un giro importante en la educación aportando distintos beneficios:
 - **Facilita la comprensión.** El uso de herramientas tecnológicas motiva y hace que los estudiantes mantengan la atención más fácilmente. Consecuentemente, los contenidos se asimilan más rápido.
 - **Autonomía.** Desarrollan el autoaprendizaje para formar personas autosuficientes capaces de resolver cualquier problema real. El uso de

tecnologías propicia proponer estudios de casos y hacerles partícipes de la propia administración y gestión de los contenidos. Se trata de una metodología dónde se enseña a los alumnos a aprender a aprender, construir su propio conocimiento. Además, Internet permite infinidad de fuentes de información y propicia la habilidad de seleccionar y gestionar la más apropiada.

– **Trabajo en equipo.** La tecnología genera interacción entre los alumnos y favorece el trabajo en equipo. En el ámbito profesional la mayoría de los proyectos que se desarrollan son en equipo y requieren la colaboración de diferentes profesionales, desarrollar la capacidad de trabajo en equipo ya desde niños es fundamental.

– **Pensamiento crítico.** Internet y las redes sociales significan compartir puntos de vista y opiniones, debatir es muy importante cuando los cerebros se están desarrollando. Además, la enorme posibilidad que te da la tecnología de romper el paradigma espacio-tiempo, permite interconectar infinitas fuentes de conocimiento a nivel mundial, conectar con personas de otros países y culturas e intercambiar información.

– **Flexibilidad.** Los estudiantes pueden seguir ritmos distintos en su aprendizaje teniendo contenidos adicionales o materiales de apoyo dependiendo de las necesidades.

- La penetración de la tecnología en la educación no sólo aporta beneficios a los alumnos sino también a los profesionales. El uso de la tecnología ayuda a la optimización de las tareas de los profesores y hace su trabajo más atractivo, llegando a ser mucho más **eficientes**.
- Los niños y adolescentes han nacido con la tecnología y les gusta, debemos aprovechar este hecho para guiarlos a aprender a través de ella.

Bibliografía

Abarca N. (2001). *Docente carrera control de procesos*. Tesis inédita Universidad de Bolivia

Acevedo, J.A. (1995). Educación tecnológica desde una perspectiva CTS. Una breve revisión del tema. *Alambique*, 3, 75-84.

Adèr, H.J. (2008). Chapter 14: *Phases and initial steps in data analysis*. In H.J. Adèr & G.J. Mellenbergh (Eds.) (with contributions by D.J. Hand), *Advising on Research Methods: A consultant's companion* (pp. 333–356).

Ahumada W. (1983). *Mapas Conceptuales Como Instrumento para Investigar a Estructura Cognitiva en Física*. Disertación de Maestría Inédita. Instituto de Física Universidad federal de Río Grande Do Sul Sao Paulo

Aima V. (1996). *Curso: Enseñanza de las Ciencias: Un enfoque Constructivista*. Febrero . Disertación de maestría inédita. Instituto de Física y facultad de Educación . Universidad de Sao Paulo.

Albano, G. y Desiderio, M. (2002). Improvements in teaching and learning using CAS. Proceedings of the Vienna International Symposium on Integrating Technology into Mathematics Education. Viena, Austria

Alonso, I. (1991). Observaciones y estrategias para coeducar en el uso de las nuevas tecnologías. En *La enseñanza de las matemáticas y las ciencias experimentales* (III Jornadas Internacionales de Coeducación, Valencia), pp. 129-134.

Arlego (2011). Enseñanza del cálculo vectorial. *Revista matemáticas*

Astolfi, J.P. (1998). El tratamiento didáctico de los obstáculos epistemológicos. Conferencia dictada en el marco del Primer Congreso de Enseñanza de la Física celebrado en la Universidad de Antioquia.

Ausubel (1990) enseñanza con sentido. *Journal Education* (2) 45-67.

Ausubel. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo* .2º Trillas. México

Azcarate C. y Camacho M. (2003). *Investigación en Didáctica del Análisis Matemático** Vol. X, No. 2. Venezuela

Badillo, E. (2003). *La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de Matemática de Colombia*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.

Berry, J. y Nyman, M. (2003). Promoting students' graphical understanding of the calculus. *Journal a Mathematical Behavior*, 22(4), 481-497.

Blázquez, S. (2000). *Noción de límite en Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales*. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7, n. 2, pp. 33- 115.

Calvo, C. (2001). *Un estudio sobre el papel de las definiciones y las demostraciones en cursos preuniversitarios de cálculo Diferencial e Integral*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.

Camacho, M. y Depool, R. (2001). “Actitudes de los estudiantes hacia el uso de un software para el aprendizaje de las Matemáticas”. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, Vol. III, pp. 27-42.

Camacho, M. y Depool, R. (2002). Students' attitudes towards mathematics and computers when using derive in the learning of calculus concepts. *The International Journal of Computer Algebra in Math's. Education*, Vol 9, 4, pp. 259-283.

Camarena Gallardo, Patricia. (2013). "A treinta años de la teoría educativa, Matemáticas en el contexto de las ciencias". *Innovación Educativa*, 13 (62): 18 – 44.

Catsigeras E. , Curione K. ,Míguez M. (2006) El aprendizaje significativo del cálculo en la Universidad.Vol.(7) *Journal of science education*.

Catsigeras, E. (2004). *Micro experiencia de enseñanza en Cálculo*. Publicado en las Actas del II Congreso de Enseñanza, ponencia 1-033 editado en CD– UEFI, Fac. de Ingeniería, Universidad de la República. Montevideo

Chaitin, Gregory. (2015). *El número omega. Límites y enigmas de las matemáticas*. México: Tusquets Editores México.

Chevallard, Yves. (2009). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor.

Cuevas V., Carlos A. y Pluvinage F. (2015). "Una propuesta de ingeniería didáctica para la enseñanza de las matemáticas". *El Cálculo y su enseñanza*, 6 (8): 167 - 190.

Cuevas C. (2013). *La enseñanza del cálculo diferencial e integral. Compendio de investigaciones y reflexiones para profesores, formadores e investigadores en matemática educativa*. México: Pearson.

Concepción R., López S. (2008). *Nuevas tecnologías en la enseñanza aprendizaje del cálculo.*, tesis

Delgado, C. (1998). Estudio micro genético de esquemas conceptuales asociados al aprendizaje del cálculo.

Dewey, John (2007). *Cómo pensamos: La relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Paidós.

Dolores C. (2000). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada. El futuro del cálculo infinitesimal*. Capítulo. Sevilla, España. Grupo Editorial Iberoamérica. México D. F. pp. 155-181.

Gastaudi, P. (1991). Reflexiones en torno al uso no sexista de las nuevas tecnologías. En *La enseñanza de las matemáticas y las ciencias experimentales* (III Jornadas Internacionales de Coeducación, Valencia), pp. 117-120.

Gilbert, J. K. (2002): "The Interface Between Science Education and Technology Education", en *International Journal of Science Education*, 14 (5) p. 563, Institute of Education, University of Reader, Reino Unido, Taylor & Francis Group.

Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*. X(2), 213-223.

Hernandez Sampieri, R. (2016) *Metodología e investigación Educativa*. Editorial, Pearson San Juan Puerto Rico.

Herrera, M. (2010). Obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de los números irracionales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol 23. México

Hitt, F. y Dufour, S. (2013). *Un análisis sobre la enseñanza del concepto de derivada*. En:

Cuevas C. (2013). *La enseñanza del cálculo diferencial e integral. Compendio de investigaciones y reflexiones para profesores, formadores e investigadores en matemática educativa*. México: Pearson

Hughes-Hallett, D., Gleason, A., Flath, D., Gordon, S., Lomen, D., Lovelock, D., McCallum, N., Osgood, B., Pasquale, A., Tecosky-Feldman, J., Thrash, J. y Thrash. K. (1994). *Calculus*. New York: John Wiley and Sons, Inc.

John Fredy Morales García L. y Peña P. (2001). *La enseñanza del cálculo diferencial e integral mediante la resolución de problemas, una propuesta motivadora* Universidad de San Buenaventura Bogotá, Colombia

Kaput, J. J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: a kaleidoscope of windows. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 265-281.

Kelly, A. (1988). Option choice for girls and boys. *Research in Science & Technological Education*, 6(1), 5-23.

Imaz J. y Moreno A., L. (2010). *La génesis y la enseñanza del cálculo*. México: Trillas. OEI.

Martínez R. (1988). *Aprendiendo a Aprender*. [Barcelona](#).

Moreno A. (2016). “*Los diez mandamientos del profesor según Polya*”. Revista escolar de la olimpiada interamericana de matemáticas, 10. Recuperado de: http://www.oei.es/oim/revista_oim/divertimentos10.htm. [Consultado el 25 de julio 2016].

Moreira M. (1993). *A Teoría da Aprendizaje Significativa de David Ausubel*. Fascículos de CIEF Universidad de Río Grande do Sul Sao Paulo. Brasil

Novak, J - Gowim, B. (1988) *Tendencias y Experiencias Innovadoras en la Formación del Profesorado de Ciencias*. Taller Sub regional Sobre formación y capacitación docente. Caracas

Palomino V. (1996). *Enseñanza Termodinámica: Un Enfoque Constructivista II Encuentro de Físicos en la Región Inka*.UNSAAC.

Palacios C. (1992). *Desarrollo Psicológico y Educación II*. Ed. Alianza. Madrid

Rojas A. (2012). *Un enfoque para la enseñanza del cálculo diferencial e integral*. Tesis Universidad Americana de Acapulco.

Quintero, E. (2014) *Dificultades que identifican los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas en la escuela secundaria*. Tesis. Universidad autónoma de Minzales.

Rennie, L.J. (1987). Teachers' and pupils' perceptions of technology and the implications for curriculum. *Research in Science & Technological Education*, 5(2), 121-133.

Rodríguez de Fraga, Abel (1996): “La incorporación de un área tecnológica a la educación general”, en *Propuesta Educativa*, FLACSO, 7, núm. 15.

Ruiz E.F. (2010). *Estrategias Didácticas en la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral en Ingeniería*, Reporte técnico de proyecto proyectos de investigación registrado en la Secretaría de Investigación y Posgrado (SIP), del IPN con núm. de registro CGPI, México

Ruiz E. (2012). *Uso de la Tecnología Como Apoyo en el Aprendizaje de Cálculo*. Cibernética e informática. (9) núm. 2.

Sabogal G., Monroy N., Landero J., Molina R. (2013). *Cálculo diferencial: aprendiendo con nuevas tecnologías*. Afiliación Institucional de los autores: Universidad El Bosque, Bogotá, Colombia. Los autores declaran que no tienen conflicto de interés.

Salinas P. y Alanís J. (2009). *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa versión*. Relime vol.12 no.3 México

Smail, B. (1985). An attempt to move mountains: The Girls Into Science and Technology (GIST) Project. *Journal of Curriculum Studies*, 17(3), 351-354.

White, J. (1986). *Girls into science and technology: The story of a project*. Londres: Routledge & Kegan Paul.